



Universidad  
Carlos III de Madrid

Proyecto final de carrera. Ingeniería Industrial

---

# Análisis de modelos de daño continuo en materiales compuestos

---

Autor: Pablo González Rodríguez

Tutor: Jesús Pernas Sánchez

Director: José Alfonso Artero Guerrero

Leganés, julio de 2015

Departamento de Mecánica de Medios Continuos  
y Teoría de Estructuras



**Proyecto final de carrera. Ingeniería Industrial**

---

# **Análisis de modelos de daño continuo en materiales compuestos**





# Índice

<b>1. Introducción</b>	9
1.1. Motivación	9
1.2. Objetivos	12
1.3. Contenido	12
<b>2. Antecedentes</b>	15
2.1. Introducción	15
2.2. Materiales compuestos	15
2.3. Modelización numérica	20
<b>3. Modelos de Pinho y Maimí</b>	27
3.1. Introducción	27
3.2. Modelo de fallo transversal por compresión	28
3.2.1. Criterio de Pinho para el fallo transversal por compresión	29
3.2.2. Criterio de Maimí para el fallo transversal por compresión	30
3.3. Modelo de fallo transversal por tracción	31
3.3.1. Criterio de Pinho para el fallo transversal por tracción	31
3.3.2. Criterio de Maimí para el fallo transversal por tracción	31
3.4. Modelo de fallo longitudinal por compresión	32
3.4.1. Criterio de Pinho para el fallo longitudinal por compresión	33
3.4.2. Criterio de Maimí para el fallo longitudinal por compresión	34
3.5. Modelo de fallo longitudinal por tracción	35
3.5.1. Criterio de Pinho para el fallo longitudinal por tracción	35
3.5.2. Criterio de Maimí para el fallo longitudinal por tracción	35
3.6. Comportamiento posterior al fallo (daño)	36
3.6.1. Modelo de daño propuesto por Pinho	36
3.6.2. Modelo de daño propuesto por Maimí	38
3.7. Resumen de los modelos	40
<b>4. Superficies de fallo para laminados unidireccionales</b>	41
4.1. Material empleado	41
4.2. Predicción de superficies de fallo	41
4.2.1. Predicción de superficies de fallo en dirección transversal	42
4.2.2. Predicción de superficies de fallo en dirección longitudinal	43
4.3. Predicción de las superficies de fallo mediante el método de los elementos finitos	44
4.3.1. Definición de la simulación	44
4.3.2. Predicción de las superficies de fallo transversales empleando el MEF	45
4.3.3. Predicción de las superficies de fallo longitudinales empleando el MEF	45
4.4. Conclusiones	47



<b>5. Acumulación de daño y pérdida de propiedades mecánicas</b>	49
5.1. Introducción	49
5.2. Daño continuo	49
5.2.1. Daño continuo en dirección longitudinal	50
5.2.2. Daño continuo en dirección transversal	52
5.3. Acumulación de daño en una misma dirección y sentido	53
5.3.1. Comportamiento en dirección de las fibras	54
5.3.2. Comportamiento en dirección perpendicular a las fibras	55
5.4. Acumulación de daño alterno	55
5.4.1. Daño alterno en dirección de las fibras	56
5.4.2. Daño alterno en dirección perpendicular a las fibras	57
5.5. Conclusiones	58
<b>6. Validación</b>	61
6.1. Introducción	61
6.2. Validación de modelos	62
6.3. Análisis del proceso de fractura	64
<b>7. Conclusiones y trabajo futuro</b>	71
7.1. Introducción	71
7.2. Conclusiones	71
7.3. Trabajos futuros	72
<b>Anexo I</b>	73
1. Introducción	73
2. Modelo de Pinho	73
2.1. Fallo transversal por compresión	73
2.2. Fallo transversal por tracción	74
2.3. Fallo longitudinal por compresión	76
3. Modelo de Maimí	77
3.1. Fallo transversal por compresión	77
3.2. Fallo transversal por tracción	79
3.3. Fallo longitudinal por compresión	80
<b>AnexoII</b>	83
<b>Bibliografía</b>	87



## Índice de figuras

### Capítulo 1

1.1. Evolución de la utilización de materiales compuestos en la industria aeronáutica .....	9
1.2. Distribución de los materiales empleados en distintos modelos de aviones .....	9
1.3. Relación entre el peso y las emisiones de CO <sub>2</sub> en vehículos automóviles .....	10
1.4. Mercado global de la fibra de carbono .....	10
1.5. Impactos en aviones comerciales .....	11

### Capítulo 2

2.1. Representación de los componentes básicos de un material compuesto .....	15
2.2. Materiales compuestos utilizados en la industria aeronáutica .....	15
2.3. Composición de un material compuesto formado por laminados unidireccionales apilados con distintas orientaciones .....	17
2.4. Arquitecturas de material compuesto reforzado por fibras largas .....	18
2.5. Mecanismos de fallo en un material compuesto reforzado con fibras .....	20
2.6. Criterio de fallo interlaminar propuesto por A. Puck .....	23

### Capítulo 3

3.1. Mecanismos de fallo en materiales compuestos .....	28
3.2. Ángulo del plano de fractura para un material compuesto sometido a compresión en dirección transversal .....	28
3.3. Componentes tensionales en el plano de fractura .....	29
3.4. Modos de fallo por tracción (I, II y III) .....	32
3.5. Fenómeno de “fibre kinking” .....	32
3.6. Modelo tridimensional del modelo de Pinho para un estado de compresión longitudinal .....	34
3.7. Energía absorbida según el modelo de Pinho .....	36
3.8. Energía absorbida según el modelo de Maimí .....	38
3.9. Ciclo de carga transversal: O-A-B-O-C-D-O-E .....	40
3.10. Ciclo de carga longitudinal: O-A-B-O-C-D-E-O-F .....	40

### Capítulo 4

4.1. Predicción de superficies de fallo en dirección transversal .....	42
4.2. Predicción de superficies de fallo en dirección longitudinal .....	43
4.3. Elemento cúbico utilizado en las simulaciones .....	44
4.4. Esquema de cargas y apoyos empleados en las simulaciones .....	45
4.5. Recta de carga empleada para definir los desplazamientos en los nodos .....	45
4.6. Predicción de las superficies de fallo transversales empleando el método de los elementos finitos .....	46
4.7. Predicción de las superficies de fallo longitudinales empleando el método de los elementos finitos .....	46



## Capítulo 5

5.1. Acumulación de daño en simulaciones de tracción longitudinal .....	51
5.2. Acumulación de daño en simulaciones de compresión longitudinal .....	51
5.3. Acumulación de daño en simulaciones de tracción transversal .....	52
5.4. Acumulación de daño en simulaciones de compresión transversal .....	53
5.5. Acumulación de daños sucesivos en simulaciones de tracción longitudinal .....	54
5.6. Acumulación de daños sucesivos en simulaciones de compresión transversal .....	55
5.7. Acumulación de daños por tracción, compresión y tracción en dirección longitudinal .....	56
5.8. Acumulación de daños por tracción, compresión y tracción en dirección transversal .....	57
5.9. Acumulación de daños por compresión, tracción y compresión en dirección transversal .....	58

## Capítulo 6

6.1. Configuración del ensayo de validación .....	61
6.2. Mallado empleado en la validación .....	62
6.3. Energías interna y cinética de la placa durante el tiempo de simulación .....	62
6.4. Relación carga-desplazamiento empleando el modelo propuesto por Pinho .....	63
6.5. Relación carga-desplazamiento empleando el modelo propuesto por Maimí .....	63
6.6. Tensión en el instante previo al inicio del fallo en las láminas a 90° .....	66
6.7. Tensión en el inicio del fallo en las láminas a 90° .....	67
6.8. Daño en la matriz en el instante previo a la rotura de la placa .....	68
6.9. Láminas a 0° en el instante previo a la rotura de la placa .....	69

## Anexo I

AI.1. Gráfica representativa del fallo transversal por compresión aplicando las ecuaciones del modelo de Pinho .....	74
AI.2. Gráfica representativa del fallo transversal por tracción aplicando las ecuaciones del modelo de Pinho .....	75
AI.3. Gráfica representativa del fallo longitudinal por compresión aplicando las ecuaciones del modelo de Pinho .....	77
AI.4. Gráfica representativa del fallo transversal por compresión aplicando las ecuaciones del modelo de Maimí .....	79
AI.5. Gráfica representativa del fallo transversal por tracción aplicando las ecuaciones del modelo de Maimí .....	80
AI.6. Gráfica representativa del fallo longitudinal por compresión aplicando las ecuaciones del modelo de Maimí .....	81



# Capítulo 1: Introducción

## 1.1. Motivación

La eficiencia energética es uno de los desafíos más importantes a los que se enfrenta la industria actual. Lograr una reducción de los costes energéticos supone ser más competitivo y obtener mayores beneficios. El sector del transporte es especialmente sensible a la eficiencia energética, ya que la reducción de los costes de combustible se traduce en un aumento directo de los beneficios, además de en un menor impacto medioambiental.

Los avances a nivel de eficiencia energética en la industria aeronáutica se traducen en turbinas más eficientes y aviones más ligeros. Estas mejoras permiten reducir la carga de combustible necesaria para realizar un trayecto, reduciendo aún más el peso total del aparato. Una de las mejoras más determinantes para reducir el peso de los aviones ha sido el uso de estructuras de material compuesto, debido a la excelente relación de resistencia y peso de estos materiales. Tanto es así que desde los años 70 se ha ido aumentando de forma constante el número de estructuras realizadas con este tipo de materiales. La figura 1.1. muestra la evolución del uso de materiales compuestos en los distintos modelos de aviones de la empresa Airbus. Al reducir el consumo de combustible también se reduce el coste de explotación de los aviones, esto ha potenciado aún más el uso de materiales compuestos, llegando a ser incluidos en más del 50% de las estructuras. La figura 1.2. muestra el porcentaje de materiales utilizados y su ubicación en la construcción de distintos modelos de Airbus, de los cuales el A350 XWB destaca por utilizar compuestos en el 53% de su estructura.

Figura 1.1.

Evolución de la utilización de los materiales compuestos en la industria aeronáutica [1].

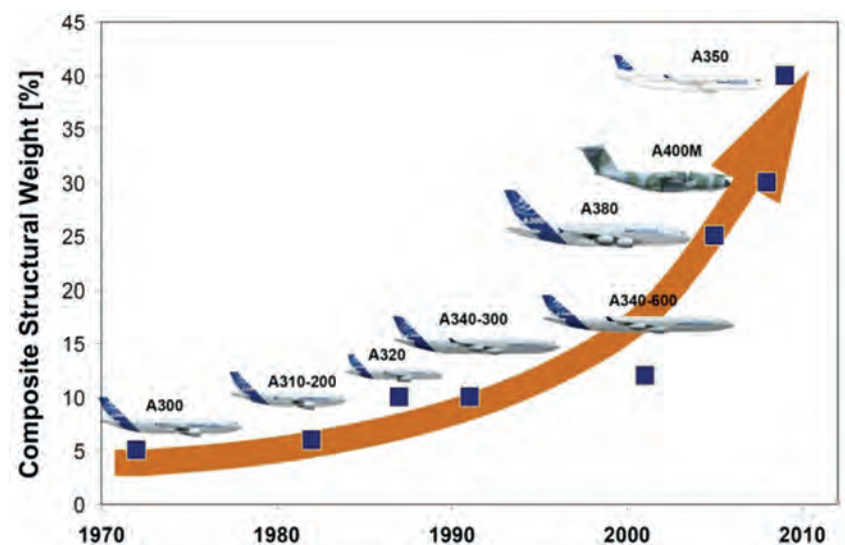
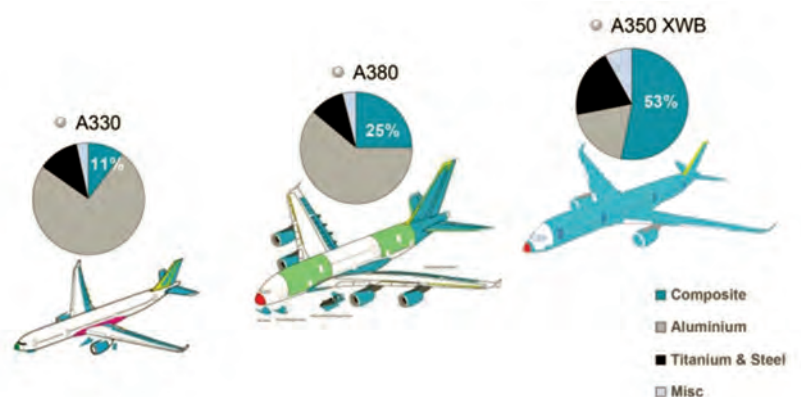


Figura 1.2.

Distribución de los materiales empleados en distintos modelos de aviones [1].



En la industria automovilística las posibilidades de implantar motores eléctricos pasan por reducir el peso de los vehículos aumentando la duración de las baterías. En la figura 1.3. se muestra la relación histórica entre las emisiones de CO<sub>2</sub> y el peso de los vehículos, mostrando que los esfuerzos actuales se centran en optimizar esta relación empleando materiales compuestos. Otras industrias, como la eólica, están incorporando poco a poco los materiales compuestos para aumentar su competitividad en el mercado. En la figura 1.4. se muestran las previsiones del mercado global de la fibra de carbono, uno de los materiales compuestos más empleados. En esta figura se vaticina un crecimiento exponencial del mercado de los materiales compuestos, destacando las proyecciones del sector de la automoción y de la energía eólica.

Figura 1.3.  
Relación entre el peso y las emisiones de CO<sub>2</sub> en vehículos automóviles [2].

### La era de los materiales: Composites

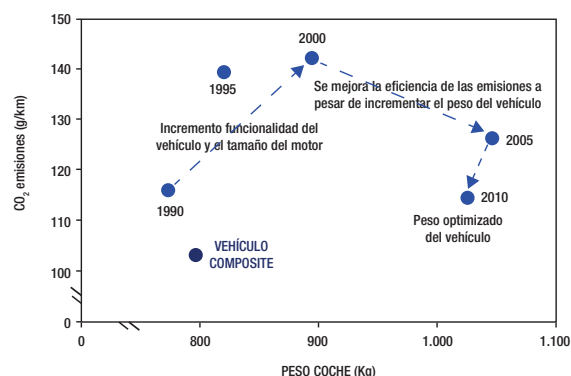


Figura 1.4.  
Mercado global de la fibra de carbono [3].

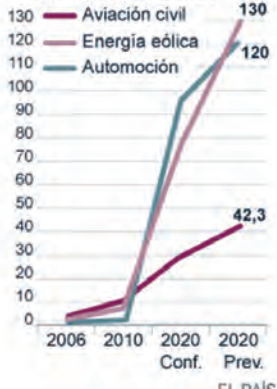
### EL MERCADO GLOBAL DE LA FIBRA DE CARBONO

En miles de toneladas



### ■ Demanda de fibra

En miles de toneladas



A la hora de diseñar una estructura se tienen en cuenta las solicitaciones a las que va a ser expuesta durante su vida útil. En general, es sencillo analizar estas solicitaciones debido a que cada estructura desempeña una función concreta para un uso específico. No obstante, una estructura puede sufrir daños imprevistos que alteren el comportamiento del material. En estos casos es preciso que la estructura siga desempeñando su función y no colapse ante fallos puntuales y no catastróficos. Los materiales compuestos más utilizados en la industria aeronáutica, y previsiblemente en el resto de industrias, son los laminados de fibra de carbono y matriz epoxi. Estos laminados poseen una resistencia a tracción superior a la de la mayoría de aleaciones metálicas con una densidad que ronda los 1.500 kg/m<sup>3</sup>. No obstante, la baja tolerancia de estos materiales frente a impactos en dirección perpendicular a su plano limita su uso en estructuras especialmente expuestas a impactos. En la aviación, los bordes de ataque de las alas o algunos componentes de los motores se realizan con aleaciones metálicas debido a este factor. Los impactos perpendiculares al plano del laminado pueden provocar la deslaminación del material al provocar pequeñas fisuras entre las láminas, disminu-

Figura 1.5.  
Impactos en aviones comerciales.  
a) Granizo.



b) Aves.



yendo de forma considerable la resistencia y la rigidez del material. Esta pérdida de propiedades mecánicas es de especial interés para los investigadores, ya que un conocimiento profundo y detallado del comportamiento de estos materiales tras un impacto permitiría reducir las limitaciones anteriormente mencionadas. La figura 1.5. muestra los efectos provocados por distintos impactos en aviones comerciales.

El empleo masivo de este tipo de materiales en las estructuras pasa por la obtención de modelos de predicción fiables que puedan reproducir su comportamiento antes y después del fallo. Por esta razón, el estudio de los distintos mecanismos de fallo en materiales compuestos ha dado como resultado un gran número de teorías en las que se definen varios criterios de fractura en función de las cargas aplicadas y de la orientación de las fibras. Solo a través de campañas experimentales se ha podido determinar cuáles de estos modelos reproducen más fielmente los distintos mecanismos de fallo. Mientras que los primeros estudios realizados se centraron en definir el fallo del material, en los últimos años el interés de los investigadores se ha centrado en estudiar la pérdida de propiedades mecánicas una vez alcanzado el fallo, dando como resultado varias teorías de daño continuo. En 2004, S.T. Pinho *et al.* [4] presentaron un modelo constitutivo de daño continuo en materiales compuestos, introduciendo funciones de fallo que permiten predecir y cuantificar la pérdida de propiedades mecánicas tras un fallo inicial del material. En 2006, P. Maimí *et al.* [5] presentaron otro modelo de daño continuo basado también en funciones de fallo capaces de predecir la pérdida de propiedades mecánicas. Ambos modelos han destacado por los buenos resultados a la hora de predecir el comportamiento de este tipo de materiales.

En este trabajo se analizan y comparan las diferencias entre los modelos presentados por Pinho *et al.* [4] y Maimí *et al.* [5], estudiando las distintas superficies de fallo y el comportamiento tras este.

## 1.2. Objetivos

El presente trabajo tiene como objetivo analizar y comparar los modelos de fallo continuo presentados por Pinho *et al.* [4] y Maimí *et al.* [5] e implementados en el programa de simulación numérica por elementos finitos LS-Dyna, además de aplicarlos en la resolución de un caso concreto. Para ello se han estudiado los mecanismos y criterios de fallo planteados en ambos modelos y se ha estudiado la evolución del daño sufrido en función de las cargas aplicadas.

Para la consecución de los objetivos ha sido necesario realizar los siguientes trabajos en los dos modelos analizados:

- Estudio detallado de los criterios de fallo definidos por el modelo.
- Definición de las superficies de fallo en dirección longitudinal (dirección de las fibras) y transversal (dirección perpendicular a las fibras) en fibra de carbono con matriz epoxi. Estas superficies de fallo se han obtenido aplicando las ecuaciones propuestas en cada uno de los modelos para definir los distintos criterios de fallo y mediante simulaciones empleando la implementación de estos modelos en LS-Dyna
- Estudio de la pérdida de propiedades mecánicas en fibra de carbono con matriz epoxi en dirección longitudinal y transversal. Para ello se han analizado los efectos de forzar fallos sucesivos en el material hasta alcanzar el colapso total del mismo. Estos resultados se han obtenido utilizando LS-Dyna.
- Aplicación de los modelos planteados por Pinho y Maimí para predecir el fallo a tracción de una placa con un agujero en el centro.

## 1.3. Contenido

Este trabajo se compone de siete capítulos, incluyéndose este como el primero de ellos.

En el segundo capítulo se realiza una introducción a los materiales compuestos, explicando y desarrollando sus principales características, arquitecturas y modos de fractura. Además se realiza un repaso a los principales modelos de comportamiento intralaminar.

En el tercer capítulo se exponen los modelos teóricos de comportamiento propuestos por S.T. Pinho y P. Maimí. Basados en los artículos “Physically-based failure models and criteria for laminated fibre-reinforced composites with emphasis on fibre kinking” [4] y “A continuum damage model for composite laminates” [5], respectivamente.



En el cuarto capítulo se comparan las superficies de fractura obtenidas en cada modelo. Estas superficies de fractura se han obtenido de forma analítica, utilizando programas de cálculo matemático, y mediante simulación numérica empleando el método de los elementos finitos. El programa utilizado para realizar estas simulaciones ha sido LS-Dyna [6].

El quinto capítulo está destinado a analizar la evolución del daño continuo empleando los modelos de comportamiento propuestos por Pinho *et al.* [4] y Maimí *et al.* [5]. En concreto, se analiza la pérdida progresiva de propiedades mecánicas al acumular daños en dirección longitudinal o transversal.

En el sexto capítulo se realizan varias simulaciones recreando los experimentos realizados por Tan en 1991 [7] y se comparan los resultados obtenidos con los dos modelos estudiados a modo de validación.

Tras comparar y validar los resultados obtenidos en el trabajo, el séptimo capítulo refleja las conclusiones finales. Por último se proponen trabajos futuros de interés en el campo de los materiales compuestos.

Además de estos siete capítulos, el trabajo incluye dos anexos en los que se aclaran algunos datos utilizados en el trabajo. En el primero de ellos se describe el código empleado para obtener las superficies de fallo aplicando las ecuaciones de cada modelo. En el segundo anexo se ilustran los “material keyword” empleados para realizar las simulaciones en LS-Dyna.





# Capítulo 2: Antecedentes

## 2.1. Introducción

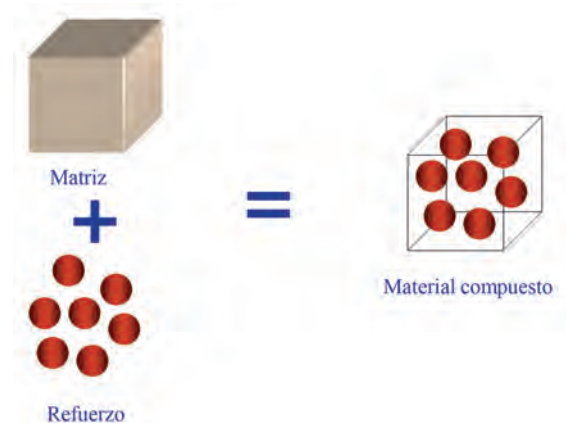
Este capítulo se divide en dos partes: en la primera de ellas se describe los materiales compuestos, su estructura, composición y los distintos modos de fallo que presentan, en la segunda se realiza una revisión de los principales modelos de fallo desarrollados en la actualidad.

## 2.2. Materiales compuestos

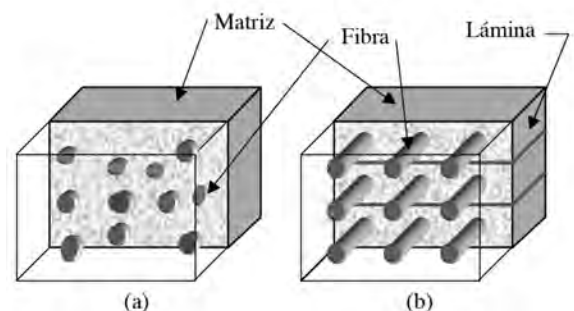
Los materiales compuestos son materiales formados por dos o más constituyentes insolubles, de forma que las propiedades del conjunto sean superiores a las de los componentes por separado. Se tiene constancia del uso de este tipo de materiales con fines estructurales desde varios siglos a.C. [8]. Los ladrillos de adobe, barro reforzado con paja, son considerados como la primera aplicación estructural de este tipo de materiales. En la actualidad, los materiales tradicionales están siendo sustituidos por materiales compuestos de altas prestaciones. Estos materiales aprovechan las propiedades de cada uno de los constituyentes para lograr combinaciones de propiedades difíciles de obtener en materiales convencionales. La principal ventaja que ofrecen los materiales compuestos son una alta rigidez y resistencia combinadas con una baja densidad. Este factor ha hecho que las industrias en las que el peso de la estructura es un factor de diseño relevante potencien su desarrollo. La industria aeronáutica fue la primera en introducir este tipo de materiales en elementos estructurales a mediados del siglo XX con el objetivo de reducir el peso de los aviones.

En general, un material compuesto está formado por dos constituyentes básicos, la matriz y el refuerzo. Esta composición básica se refleja en la figura 2.1. En algunas ocasiones se añaden otros aditivos como componentes minoritarios para mejorar alguna de las propiedades específicas. De entre los diversos tipos de materiales compuestos, los más utilizados en la industria aeronáutica son los materiales laminados de fibras largas y matriz polimérica. En la figura 2.2. se muestran dos tipos de materiales compuestos utilizados en la industria aeronáutica. El refuerzo de fibra

Figura 2.1.  
Representación de los componentes básicos de un material compuesto.



Materiales compuestos utilizados en la industria aeronáutica.  
a) Material compuesto reforzado con partículas.  
b) Material compuesto formado por laminados unidireccionales apilados con una única orientación [9].



aumenta la rigidez y la resistencia del material, mientras que la matriz se encarga de distribuir las cargas y servir de soporte para las fibras. Esta configuración proporciona un carácter ortótropo a las propiedades del material compuesto, característica que permite optimizar el diseño de la estructura en función de las solicitaciones a las que estará sometida.

Tabla 2.1.  
Propiedades de diferentes fibras [10, 11].

Propiedad	Fibra de carbono	Fibra de vidrio	Kevlar 49
Diámetro [ $\mu\text{m}$ ]	7 - 9,7	8 - 14	11,9
Densidad [ $\text{kg/m}^3$ ]	1.750 - 1.950	2.560	1.450
E [GPa]	250 - 390	76	125
$X_t$ [GPa]	2,2 - 8,7	1,4 - 2,5	2,8 - 3,6

En la industria se utilizan distintos tipos de fibras para fabricar laminados de material compuesto en función de los requerimientos del diseño. La fibra de carbono ofrece las mejores propiedades mecánicas y es, junto con la fibra de vidrio y el kevlar, uno de los elementos más empleados en la fabricación de materiales compuestos. En la tabla 2.1. se detallan las propiedades de estas fibras.

La microestructura de las fibras de carbono se compone de un apilamiento de redes hexagonales planas de átomos de carbono, es decir, láminas de grafeno apiladas. Los enlaces de estas redes son covalentes fuertes, mientras que los enlaces entre los planos apilados son fuerzas débiles de Van der Waals, lo que provoca una alta ortotropía. Orientando estas redes hexagonales en la dirección del eje de las fibras se obtiene un módulo de elasticidad muy elevado en dicha dirección. Además, al emplear fibras con diámetros pequeños se reducen las posibilidades de encontrar defectos en dirección perpendicular a las fibras, por lo que la resistencia también será muy alta.

Las matrices poliméricas pueden ser clasificadas en dos grandes grupos: las termoestables y las termoplásticas. Esta clasificación se hace en función del comportamiento de la matriz frente a la temperatura.

Las matrices de resinas termoestables ofrecen muy buenas propiedades en cuanto a rigidez, resistencia al calor y a los disolventes, pero sus principales desventajas son la dificultad en su reparación y su difícil reciclaje. Estas matrices son estables hasta que alcanzan la temperatura de distorsión, a partir de la cual sus propiedades se degradan. Las resinas termoestables requieren un proceso de curado en el que las resinas líquidas se solidifican, formándose redes tridimensionales de enlaces de polímeros. La formación de estas redes se puede controlar variando su composición y proceso de fabricación (temperatura de curado, tiempo de curado, etc.). Esto hace que las propiedades de las matrices termoestables puedan adaptarse al uso deseado.

Las resinas termoplásticas presentan una alta tenacidad y buena resistencia al ataque de químicos, además de tener una fabricación con costes menores y ser reciclables. Estas matrices no presentan redes tridimensionales de polímeros, por lo que sus propiedades dependen del monómero del que se componen, reduciendo así la adaptabilidad de sus propiedades.



Tabla 2.2.  
Propiedades de las resinas [10, 11].

Propiedad	Resinas epoxi	Resinas poliéster	Polipropileno	Policarbonato
Tipo de matriz	Termoestable	Termoestable	Termoplástica	Termoplástica
Densidad [kg/m <sup>3</sup> ]	1.100 - 1.400	1.200 - 1.500	900	1.060 - 1.200
$E$ [GPa]	3 - 6	2 - 4,5	1 - 1,4	2,2 - 2,4
$X_t$ [GPa]	35 - 100	40 - 90	25 - 38	45 - 70
Temp. distorsión [°C]	50 - 300	50 - 110	—	—
Temp. fusión[°C]	—	—	60 - 65	110 - 140

A la vista de las propiedades específicas resultantes mostradas en la tabla 2.2., las resinas epoxi son superiores al resto. Su baja viscosidad, su baja volatilidad durante el curado, su estabilidad frente a la temperatura y su alta resistencia en la adhesión con fibras hacen de estas resinas las más utilizadas en la industria aeronáutica. El principal problema de estas resinas es que no pueden ser recicladas.

Los materiales compuestos laminados se forman por el apilamiento de distintas láminas de material compuesto. Las láminas pueden presentarse en diferentes configuraciones o arquitecturas que, junto con la secuencia de apilamiento, facilitan el control sobre la ortotropía de las propiedades. Las arquitecturas más empleadas son:

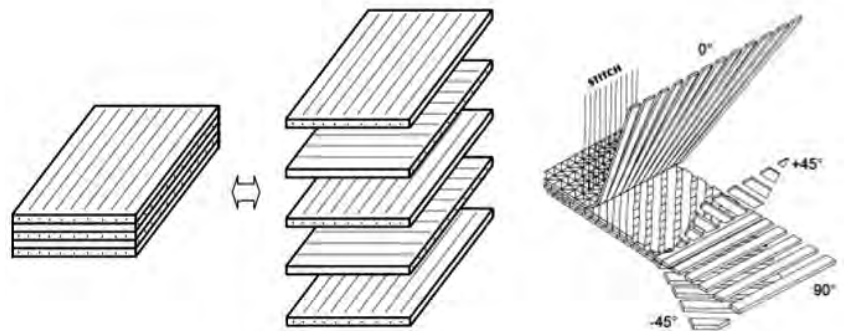
- **Laminado de cinta o unidireccional.** En esta arquitectura las fibras están alineadas en una sola dirección en cada lámina, con lo que presenta una elevada ortotropía. Es habitual apilarlas en un laminado con una determinada secuencia, de tal manera que se consiga un comportamiento más isótropo del material. En la figura 2.3.

se muestra un ejemplo de apilamiento de láminas con distintas orientaciones.

- **Tejido bidireccional.** En esta arquitectura, las fibras se unen entre sí creando mechas que después son tejidas unas con otras de manera perpendicular, por ello estas láminas presentan una menor ortotropía en el plano que los laminados de cinta. Para dotar a los hilos de consistencia se usa un adhesivo que incluso puede ser el mismo polímero que se utiliza como matriz. Existen diferentes tipos de tejidos en función de la forma de entrecruzamiento. A continuación se describen los que se emplean más habitualmente:
  - *Tejidos unidireccionales.* En este tipo de láminas el tejido está orientado en una dirección y se mantiene en esta posición gracias a una serie de hilos en dirección de la trama. Estos hilos

Figura 2.3.

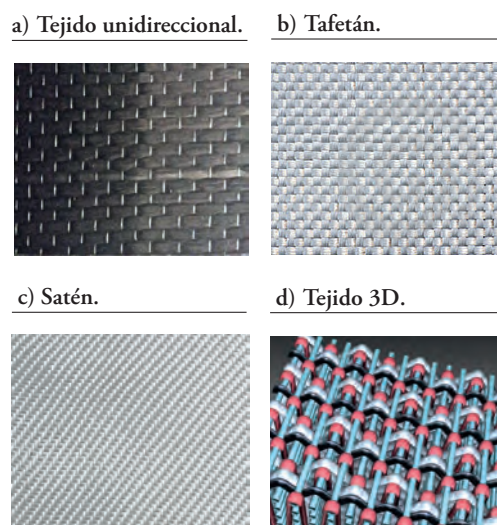
Composición de un material compuesto formado por laminados unidireccionales apilados con distintas orientaciones [12].



no desempeñan ninguna función estructural. Las propiedades son similares a una lámina unidireccional.

- *Tafetán*. Hilos de urdimbre y trama se entrecruzan de manera alternante. Las propiedades mecánicas son por tanto iguales para las dos direcciones.
- *Satén*. Esta arquitectura es muy similar a la del tafetán. Se diferencia porque un hilo de trama es pasado por encima por un número determinado de hilos de urdimbre. Las más usadas son satén 5 y satén 8.
- *Tejidos 3D*. En estos tejidos de reciente aparición, las mechas se entrecruzan en las tres direcciones del espacio. A pesar de la mejora de las propiedades perpendiculares al plano y del mejor comportamiento frente a impactos respecto a los laminados convencionales, estos laminados aún no están siendo utilizados de manera mayoritaria, ya que tienen peores propiedades en el plano [13].
- *Tejido seco*. Estos tejidos no están impregnados de una matriz polimérica, sino que el tejido sólo se compone de los hilos entrelazados de urdimbre y trama. Esta característica le otorga una gran flexibilidad en dirección perpendicular al plano del tejido. Son muy utilizados en prendas protectoras, como por ejemplo los chalecos antibalas, por su buena resistencia ante impactos.

Figura 2.4.  
Arquitecturas de material compuesto reforzado por fibras largas.



En la figura 2.4. se muestran algunas de las arquitecturas empleadas para formar las láminas de un material compuesto. Dependiendo del tipo de arquitectura utilizada, el material presentará distintas propiedades. En la tabla 2.3. se muestran algunas propiedades resultantes de emplear un mismo tipo de fibra y matriz en dos configuraciones distintas. El laminado unidireccional presenta valores más elevados de rigidez y resistencia en dirección de las fibras ( $E_a$ ,  $X_T$ , y  $X_C$ ) que los laminados de tejido.

Tabla 2.3.  
Propiedades de diferentes arquitecturas de laminados fabricados por Hexcell Composites con matriz epoxi 8552 [14].

Propiedad	AS4/8552	AGP193-PW
Tipo de arquitectura	Unidireccional	Tejido
Fibra	AS4	AS4
Matriz	Epoxi 8552	Epoxi 8552
Espesor lámina [mm]	0,13	0,22
Densidad [kg/m <sup>3</sup> ]	1.100 - 1.400	1.570
$E_a$ [GPa]	141	68
$E_b$ [GPa]	8	68
$X_T$ [MPa]	2.207	880
$Y_T$ [MPa]	81	880
$X_C$ [MPa]	1.586	880

En la actualidad existen diferentes formas de fabricar los laminados de material compuesto en función del tipo de resina y de la interacción refuerzo-matriz. Los principales métodos de fabricación para laminados de resina termoestable y fibras largas son:

- **Método húmedo**. En este método se impregnan las fibras con una resina de baja viscosidad. La impregnación se puede realizar



de diferentes maneras: mediante rodillos y posteriormente prensada (contacto húmedo), haciendo pasar las fibras por un baño de resina antes de ser enrolladas en un mandril (enrollado húmedo) o colocando las fibras en un molde cerrado en el cual se inyecta la resina (inyección de resina). La viscosidad y la adhesión entre fibra y matriz determinan cuál de estos métodos es el más adecuado en cada caso.

- **Método preimpregnado.** Este método se compone de dos etapas. En la primera, las fibras se impregnan de resina curándose parcialmente. En la segunda etapa se disponen las capas del producto impregnado siguiendo la secuencia de apilado deseada, finalizando el proceso con un curado para obtener el laminado final. El proceso de curado se lleva a cabo en autoclaves o en bolsas de vacío donde se somete al conjunto a diferentes ciclos controlando la temperatura y la presión.

Los distintos mecanismos de fallo presentes en los materiales compuestos han sido objeto de estudio en un gran número de trabajos. Gracias a estos trabajos, estos mecanismos de fallo están claramente definidos. Los distintos mecanismos de fallo pueden ser clasificados en intralaminares e interlaminares. Los principales mecanismos de fallo intralaminar son:

- **Rotura de fibras a tracción.** Este mecanismo está asociado a cargas de tracción en la dirección de las fibras. Debido a su comportamiento frágil, esta rotura suele ser repentina e incluso puede provocar el fallo catastrófico de la estructura.
- **Rotura de fibras a compresión.** Aparece debido a cargas de compresión en la dirección de las fibras y a tensiones tangenciales fuera del plano. La rotura puede deberse a dos modos de fallo diferenciados: el micropandeo de fibras y la desalineación de las fibras o “fibre kinking”. El micropandeo consiste en una inestabilidad geométrica de las fibras esbeltas dentro de una matriz elástica [5]. El “fibre kinking” o desalineación de las fibras se produce debido a la formación de unas bandas de cortadura o “kink bands” que, debido a las altas tensiones tangenciales que genera, provoca la rotura de las fibras. Para los laminados de fibra de carbono en matriz epoxi la rotura más frecuente de las fibras a compresión es la debida al “fibre kinking” [15].
- **Rotura de matriz a tracción.** Este mecanismo aparece bajo cargas de tracción en dirección perpendicular a las fibras. El plano de fractura está definido por la dirección de las fibras y la dirección de apilamiento de las láminas.
- **Rotura de matriz a compresión.** Este fallo se produce por la interacción entre las cargas de compresión en la dirección perpendicular a las fibras y las tensiones tangenciales en el plano y fuera del plano. El plano de rotura varía desde los 0° a los 53° con respecto al plano de rotura de matriz a tracción [15].

El único mecanismo de fallo interlaminar es la deslaminación. Este mecanismo es la propagación de una fisura entre láminas adyacentes, lo cual

ocasiona la separación de estas. Es especialmente peligroso porque no es fácilmente identificable y origina una disminución considerable de la resistencia del laminado ante cargas de compresión o cortadura en el plano. En la figura 2.5. se muestran todos los mecanismos de fallo presentes en los materiales compuestos reforzados con fibras.

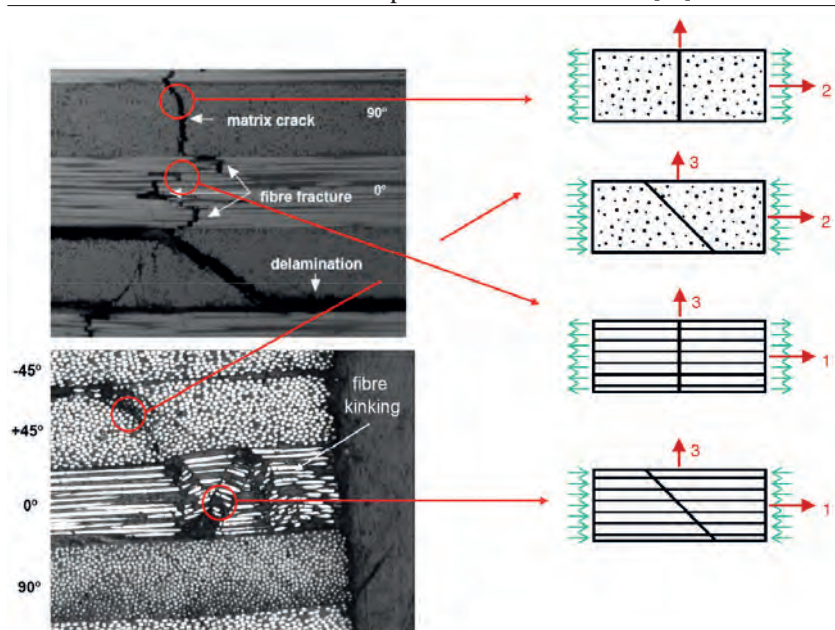
## 2.3. Modelización numérica

En los últimos años, las herramientas de simulación numérica han experimentado un gran auge debido al alto coste de los ensayos experimentales. Esto ha potenciado el desarrollo de modelos de comportamiento matemático para materiales compuestos, dando lugar a una gran variedad de criterios y modelos de fallo. Ante esta gran variedad y falta de unificación, se realizó un ejercicio de comparación entre estos modelos llamado “World Wide Failure Exercise” [17]. Con él se pudo demostrar que, debido a la complejidad y diversidad de mecanismos de fallo en los materiales compuestos, ningún criterio de rotura existente era capaz de predecir correctamente el fallo de un laminado bajo cualquier tipo de carga. Por esta razón es necesario seguir investigando y desarrollando modelos numéricos de comportamiento para laminados que sean capaces de reproducir la respuesta de estos en diferentes estados de carga.

Cada modelo de comportamiento establece unos ciertos criterios de fallo y en función de cómo estos criterios afectan al estado tensional se pueden distinguir dos grandes categorías. Los primeros de ellos pueden denominarse criterios “ply discount”; son modelos que, una vez que se cumple un determinado criterio de fallo en una lámina, anulan las componentes del tensor de tensiones correspondientes. En el segundo grupo, denominado modelos de daño continuo, se reducen unas determinadas componentes del tensor constitutivo al cumplirse uno de los criterios para reproducir la degradación o daño en el material compuesto. A continuación se detallan los modelos más usados para los mecanismos de daños intralaminares en laminados unidireccionales:

- **Modelo de Tsai-Hill y Tsai-Wu** [18, 19] . Estos modelos fueron los primeros en desarrollarse. Ambos modelos proponen una única función polinómica basada en tensiones ( $\sigma_i$ ) para definir cuándo se produce el fallo, sin diferenciar entre el fallo de la matriz o de las fibras. Estos criterios están basados en el fallo dúctil

Figura 2.5.  
Mecanismos de fallo en un material compuesto reforzado con fibras [16].







de materiales ortótropos. Tanto en el criterio de fallo de Tsai-Hill (ecuación 2.1.) como en el propuesto por Tsai-Wu (ecuación 2.2.) aparecen diferentes coeficientes que representan las tensiones de rotura del laminado ( $X$ ,  $Y$ ,  $S_{ab}$ ) o funciones de ellas ( $F_i$ ). Cuando sus criterios alcanzan la unidad se produce la pérdida de capacidad resistente del material. La principal diferencia entre ambos modelos es la diferenciación que realiza el de Tsai-Wu entre estados de tracción y de compresión.

– *Modelo de Tsai-Hill:*

La ecuación 2.1. define este modelo, donde  $X$  e  $Y$  son respectivamente las tensiones de rotura en dirección paralela y perpendicular a las fibras;  $S_{ab}$  es la resistencia a cortadura en el plano de la lámina.

Ecuación 2.1.

$$\frac{\sigma_a^2}{X^2} - \frac{\sigma_a \sigma_b}{X^2} + \frac{\sigma_b^2}{Y^2} + \frac{\tau_{ab}^2}{S_{ab}^2} = 1$$

– *Modelo de Tsai-Wu:*

En este criterio, definido por la ecuación 2.2., en lugar de aparecer las ten-

Ecuación 2.2.

$$I_f = F_a \sigma_a + F_b \sigma_b + F_a \sigma_a^2 + F_b \sigma_b^2 + F_6 \tau_{ab}^2 + 2F_{ab} \sigma_a \sigma_b$$

siones de rotura explícitamente, aparecen funciones de ellas ( $F_i$ ), las cuales difieren en estados de carga a compresión o a tracción.

Estos modelos también pueden ser usados para el comportamiento de laminados de tejido [20].

- **Modelo de Hashin-Rotem** [21, 22]. Este modelo se desarrolló con el fin de simular el comportamiento de los materiales compuestos ante cargas cíclicas de tracción. Posteriormente, Z. Hashin [22] amplió el modelo para tener en cuenta diferentes mecanismos de fallo relacionados con la compresión. En este modelo, al contrario de los de Tsai-Hill y Tsai-Wu, se distingue entre el fallo de la matriz y el fallo de las fibras. Además, Hashin parte de la consideración de que el fallo de la matriz se produce de manera frágil, por lo que es necesario basarse en el criterio de Mohr-Coulomb para determinar el plano de fractura, y no usar criterios basados en una rotura dúctil del material, como lo hacen los criterios de Tsai-Hill y Tsai-Wu. El criterio formula diferentes funciones basadas en tensiones para cada uno de los mecanismos que originan el fallo:

– *Rotura de fibras por tracción:*

La rotura de fibras debido a esfuerzos de tracción queda definida por la ecuación 2.3. En esta ecuación  $X_T$  es la resistencia a tracción en la dirección de las fibras, y  $S_{ab}$  es la resistencia a cortadura en el plano de la lámina. Este criterio es una extensión del de tensión máxima, al cual se ha incluido la contribución de la cortadura en el plano del laminado.

– *Rotura de fibras por compresión:*

Ante esfuerzos de compresión, las fibras fallan al alcanzar su límite de

Ecuación 2.3.

$$\left(\frac{\sigma_a}{X_T}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{ab}}{S_{ab}}\right)^2 = 1$$

resistencia a compresión  $X_C$ . La ecuación 2.4. describe este criterio.

– *Rotura de matriz por tracción:*

Este criterio utiliza una interacción cuadrática entre los esfuerzos de tracción en dirección perpendicular a las fibras ( $\sigma_b$ ) y los esfuerzos cortantes en el plano ( $\tau_{ab}$ ). La ecuación 2.5. define este criterio, siendo  $Y_T$  la resistencia del laminado a tracción en dirección perpendicular a las fibras.

– *Rotura de matriz por compresión:*

La ecuación 2.6. describe el criterio utilizado para definir el fallo de la matriz debido a esfuerzos de compresión. En esta ecuación  $S_{bc}$  es la resistencia a cortadura en dirección bc.  $Y_C$  es la resistencia del laminado ante cargas de compresión en dirección perpendicular a las fibras.

Ecuación 2.4.

$$\frac{|\sigma_a|}{X_C} = 1$$

Ecuación 2.5.

$$\left(\frac{\sigma_b}{Y_T}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{ab}}{S_{ab}}\right)^2 = 1$$

Ecuación 2.6.

$$\left(\frac{\sigma_b}{2S_{bc}}\right)^2 + \left[\left(\frac{Y_C}{2S_{bc}}\right)^2 - 1\right] + \left(\frac{\tau_{ab}}{S_{ab}}\right)^2 = 1$$

— **Modelo de Chang-Chang** [23]. Este modelo

es muy similar al modelo de Hashin-Rotem, coincidiendo los criterios para rotura de fibras por tracción y el de matriz por tracción. Sin embargo, el criterio de matriz por compresión se ve modificado, tal y como se muestra en la ecuación 2.7.

Ecuación 2.7.

$$\frac{1}{4}\left(\frac{-\sigma_b}{S_{ab}}\right)^2 + \left[\left(\frac{Y_C}{2S_{ab}}\right)^2 - 1\right]\frac{\sigma_b}{Y_C} + \left(\frac{\tau_{ab}}{S_{ab}}\right)^2 = 1$$

— **Modelo de Puck** [24]. Este modelo, al igual que el criterio de Chang-

Chang o el de Hashin-Rotem, propone diferentes ecuaciones para los diferentes modos de fallo. La principal aportación de este fue la modelización del fallo de la matriz. Para el caso 2D, en función del estado tensional ( $\sigma_b$ ,  $\tau_{ab}$ ), Puck distinguió tres modos de fallo para la matriz empleando el criterio de Mohr-Coulomb (figura 2.6.). En la zona A, la matriz está sometida a tracción y cortadura y el plano de fractura es de 0°; en la zona B, la rotura se produce por compresión y cortadura, y el plano sigue siendo de 0°, pero en la zona C es necesario obtener primero el ángulo del plano de fractura para utilizar en el criterio de fallo las tensiones que actúan en dicho plano. El modelo de Puck fue uno de los que mejor predijo la rotura para los casos examinados en el “World Wide Failure Exercise” anteriormente mencionado. Los diferentes criterios de fallo son:

– *Rotura de fibras por tracción:*

Este criterio se basa en la deformación máxima que puede soportar cada lámina cuando es traccionada en la dirección de sus fibras. La ecuación 2.8. define este criterio, siendo  $\varepsilon_{aT}$  la deformación de rotura de una lámina ante cargas de tracción en la dirección de las fibras,  $E_{fa}$  la rigidez de las fibras,  $\nu_{fab}$  el módulo de Poisson de las fibras y  $m_{of}$  un coeficiente de magnificación de la tensión debido a la diferencia de la rigidez transversal de fibra y de matriz (para fibras de carbono  $m_{of} = 1,1$ ).

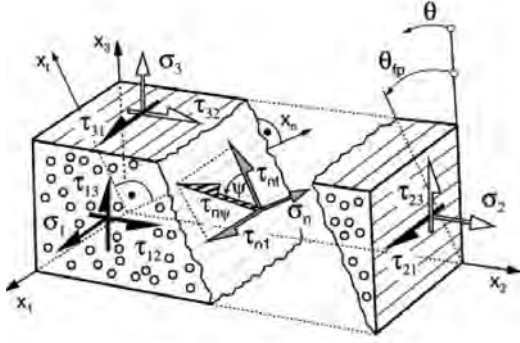
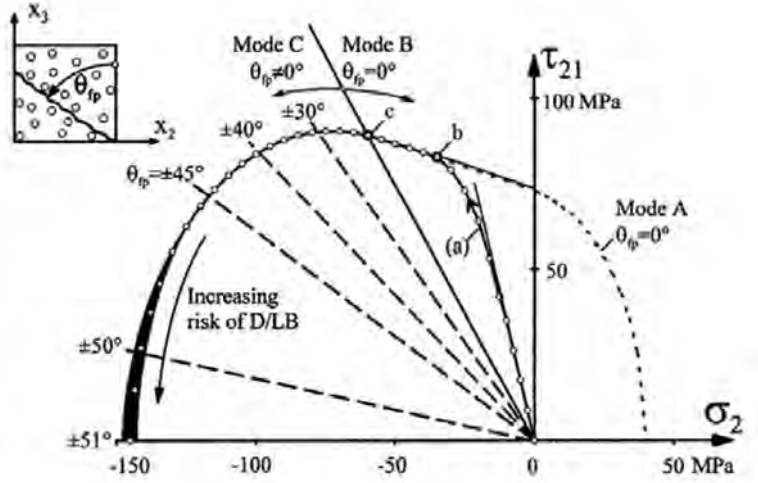
Ecuación 2.8.

$$\frac{1}{\varepsilon_{aT}}\left(\varepsilon_a - \frac{\nu_{fab}}{E_{fa}}m_{of}\sigma_b\right) = 1$$

Figura 2.6.

Criterio de fallo interlaminar propuesto por A. Puck.

a) Plano de fallo determinado por Puck mediante el uso de Mohr-Coulomb.


 b) Superficie de fallo para estados combinados de  $\sigma_b, \tau_{ab}$ .

 – *Rotura de fibras por compresión:*

A compresión el criterio planteado por Puck es similar al planteado en el fallo de las fibras por tracción. Tal y como muestra la ecuación 2.9., se introduce la deformación de rotura de una lámina ante cargas de compresión en la dirección de las fibras ( $\varepsilon_{ac}$ ) y se añade el efecto de la deformación tangencial en el plano ( $\gamma_{ba}$ ).

Ecuación 2.9.

$$\frac{1}{\varepsilon_{ac}} \left( \varepsilon_a - \frac{v_{fab}}{E_{f1}} m_{\sigma f} \sigma_b \right) + (10\gamma_{ba})^2 = 1$$

 – *Rotura de matriz modo A:*

Este modo de fractura se define mediante la ecuación 2.10.

En esta ecuación,  $p_{\perp\parallel}^+$  es la pendiente de la curva de fractura en el plano  $\tau_{ab}$ - $\sigma_b$  cuando  $\sigma_b = 0^+$ .

Ecuación 2.10.

$$\sqrt{\left(\frac{\tau_{ab}}{S_{ab}}\right)^2 + \left(1 - p_{\perp\parallel}^+ \frac{Y_T}{S_{ab}}\right) \left(\frac{\sigma_b}{Y_T}\right)^2} + p_{\perp\parallel}^+ \left(\frac{\sigma_b}{S_{ab}}\right) = 1$$

 – *Rotura de matriz modo B:*

La ecuación 2.11. describe este modo de fractura, similar al modo A de la rotura de la matriz y teniendo en cuenta la pendiente de la curva de fractura en el plano  $\tau_{ab}$ - $\sigma_b$  cuando  $\sigma_b = 0^-$   $p_{\perp\parallel}^+$ .

Ecuación 2.11.

$$\frac{1}{S_{ab}} \left( \sqrt{\tau_{ab}^2 + (p_{\perp\parallel}^- \sigma_b)^2} + p_{\perp\parallel}^- \sigma_b \right) = 1$$

 – *Rotura de matriz modo C:*

Este último modo de fractura para la matriz resulta de una interacción cuadrática entre las tensiones cortantes en el plano ( $\tau_{ab}$ ) y las tensiones perpendiculares al plano de las fibras ( $\sigma_b$ ). La ecuación 2.12. muestra este criterio, siendo

$$p_{\perp\perp}^- = \frac{1}{2} \left( \sqrt{1 + 2p_{\perp\parallel}^- \frac{Y_C}{S_{ab}}} + 1 \right)$$

La generalización de este criterio para un estado tridimensional de tensiones se puede encontrar en la tesis de Matthias Deuschle [25].

Ecuación 2.12.

$$\left[ \left( \frac{\tau_{ab}}{2(1 + p_{\perp\perp} S_{ab})} \right)^2 + \left( \frac{\sigma_b}{Y_C} \right)^2 \right] \frac{Y_C}{-\sigma_b} = 1$$

- **Modelo LaRC04** [15]. Este modelo parte de un profundo estudio micromecánico de los procesos presentes en cada uno de los mecanismos de fallo para definir los diferentes criterios para cada modo de fallo. Además, incorpora el concepto de tensiones in situ, estas tienen en cuenta la variación de la resistencia de las láminas en función del espesor de las mismas. La otra aportación de este criterio fue establecer que la rotura a compresión de las fibras se debe al fenómeno de la desalineación de las fibras o “fibre kinking”. Al igual que el modelo de Hashin-Rotem [43, 44], este modelo define cuatro criterios de fallo diferenciando tracción y compresión y fallo en fibras o en matriz.

- *Rotura de fibras por tracción:*

Este modelo utiliza el criterio de tensión máxima admisible descrito en la ecuación 2.13.

Ecuación 2.13.

$$\frac{\sigma_a}{X_T} = 1$$

- *Rotura de fibras por compresión:*

Para este modo de fallo se emplean las tensiones según el sistema de coordenadas de la banda de cortadura o “kink band”, descrito usando el subíndice m. Las ecuaciones 2.14., 2.15. y 2.16. describen este modo de fallo en según el estado tensional. En estas ecuaciones,

$$g = \frac{\Lambda_b}{Y_{is}^T} \chi(\gamma_{ab\ is}^u), \Lambda_b = \Lambda_{bc} = 2 \left( \frac{1}{E_b} - \frac{v_{ba}^2}{E_a} \right), Y_{is}^T$$

es la resistencia transversal in situ de la lámina,

$\gamma_{ab\ is}^u$  es la deformación tangencial in situ de rotura en el plano de la lámina,

$\chi(\gamma_{ab})$  es la energía almacenada debida a la cortadura y

$\chi(\gamma_{ab\ is}^u)$  es la energía almacenada debida a la cortadura cuando se alcanza la deformación de rotura de la lámina,  $\gamma_{ab\ is}^u$ .

Ecuación 2.14.

$$\frac{|\tau_{ambm}|}{S_{is}^L - \eta^L \sigma_{bm}} = 1, \quad \sigma_{bm} < 0$$

Ecuación 2.15.

$$\left( \frac{\tau^{Tm}}{S^T - \eta^T \sigma_n^m} \right)^2 + \left( \frac{\tau^{Lm}}{S^T - \eta^L \sigma_n^m} \right)^2 = 1, \quad \sigma_{bm} < 0 \text{ y } \sigma_{am} < 0$$

Ecuación 2.16.

$$(1 - g) \frac{\sigma_b}{Y_{is}^T} + g \left( \frac{\sigma_b}{Y_{is}^T} \right)^2 + \frac{\Lambda_{bc} \sigma_{bc}^2 + \chi(\gamma_{ab})}{\chi(\gamma_{ab\ is}^u)} = 1, \quad \sigma_{bm} > 0$$





– *Rotura de matriz por tracción:*

Este modo de fallo se describe, al igual que el fallo de las fibras por compresión, utilizando la ecuación 2.16. En ninguno de estos dos casos se produce el fenómeno de “fibre kinking”, por lo que las tensiones no están referenciadas según el sistema de coordenadas de la banda de cortadura y el fallo del material está dominado por el fallo de la matriz.

– *Rotura de matriz por compresión:*

A compresión, el criterio de fractura de la matriz se define en la ecuación 2.17. En esta ecuación  $S^L$  y  $S^T$  son las resistencias a cortadura longitudinal y transversal,  $\tau^T$  y  $\tau^L$  son las tensiones tangenciales al plano de fractura, la primera de ellas transversal a las fibras y la segunda paralela a las fibras,  $\sigma_n$  es la tensión perpendicular al plano de fractura y  $\eta^T$  y  $\eta^L$  son las pendientes del criterio de Mohr-Coulomb correspondientes.

Ecuación 2.17.

$$\left( \frac{\tau^T}{S^T - \eta^T \sigma_n} \right)^2 + \left( \frac{\tau^L}{S^L - \eta^L \sigma_n} \right)^2 = 1$$

En lo referente a los modelos de daño continuo, la mayoría considera una variable escalar de daño para las fibras ( $d_1$ ) y otra para la matriz ( $d_2$ ). Para tratar el cortante algunos autores prefieren definir una variable interna nueva desacoplada con las otras, opción, si bien numéricamente más simple, físicamente poco razonable, y otros definen el daño a corte a partir de una combinación de las dos anteriores. Por norma general, se considera que las variables internas adquieren un valor constante a lo largo del espesor de cada capa. Estas variables determinan el comportamiento del material tras fallar. A continuación se muestran algunos de los modelos más destacados en el ámbito de los materiales compuestos:

— **Modelo de Matzenmiller *et al.* [26].** En este modelo la energía libre complementaria ( $G$ ) se define empleando las variables de

daño y, a su vez, esta energía se utiliza para definir la relación entre la tensión y la deformación (ecuación 2.18.). En estas ecuaciones las variables internas que representan el daño son  $d_{1\pm}$  para la fibra y  $d_{2\pm}$  y  $d_6$  para la matriz. El signo  $\pm$  hace referencia al daño a tracción o compresión. Para definir la superficie de activación del daño se utiliza el criterio de Hashin.

Ecuación 2.18.

$$[\sigma] = H^{-1}[\varepsilon]$$

$$H = \frac{\partial^2 G}{\partial \sigma^2} = \begin{bmatrix} \frac{1}{(1-d_1)E_a} & -\frac{\nu_{ba}}{E_b} & 0 \\ -\frac{\nu_{ab}}{E_a} & \frac{1}{(1-d_2)E_b} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{(1-d_6)G_{ab}} \end{bmatrix}$$

Con el fin de determinar la evolución de las variables de daño es necesario definir una función de crecimiento. Estas variables de daño se encuentran definidas entre 0 y 1. Una vez activado el daño, este evoluciona hasta alcanzar el valor de uno, momento en el que el material colapsa por completo.

- **Modelo de Barbero *et al.* [27].** El modelo de Barbero, presenta cierras diferencias con el modelo descrito anteriormente. Este modelo tiene en cuenta las deformaciones permanentes residuales al descargar el material en un modelo de daño y plasticidad desacoplados. El daño se describe mediante dos variables,  $d_1$  y  $d_2$ , que hacen referencia al estado de la fibra y la matriz respectivamente, el modelo no tiene en cuenta la recuperación de la rigidez al cerrarse las grietas.

La relación entre tensiones efectivas ( $\tilde{\sigma}$ ) y nominales ( $\sigma$ ) y entre las deformaciones efectivas ( $\tilde{\epsilon}$ ) y nominales ( $\epsilon$ ) se realiza mediante las relaciones descritas en la ecuación 2.19. Para determinar la superficie de activación se utiliza el criterio de Tsai-Wu. Este criterio tiene la particularidad que determina todos los modos de fallo mediante una sola superficie de activación. El modelo considera, además, la aparición de deformaciones permanentes, utilizando también como criterio de activación el criterio de Tsai-Wu. La integración del modelo constitutivo no es simple, pues sus reglas de evolución requieren buscar dos factores de consistencia, el plástico y el del daño. Esta manera de definir el modelo, aunque compleja, garantiza la correcta evolución termodinámica de las variables internas.

Ecuación 2.19.

$$\sigma = M : \tilde{\sigma}$$

$$\epsilon = M : \tilde{\epsilon}$$

$$M = \begin{bmatrix} 1 - d_1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 - d_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{(1 - d_1)(1 - d_2)} \end{bmatrix}$$



## Capítulo 3: Modelos de Pinho y Maimí

### 3.1. Introducción

Normalmente, los modelos utilizados para definir criterios de fallo en materiales compuestos se basan en modelos de resistencia. Estos modelos predicen el inicio de los distintos mecanismos de fallo y, dependiendo del material, la geometría y las condiciones de carga, pueden predecir el colapso final de la estructura. No obstante, para estructuras de materiales compuestos que acumulan daños antes del colapso, el uso de estos criterios no es suficiente para predecir el fallo último del material. En este aspecto, los modelos de daño continuo suponen un gran avance en el campo de los materiales compuestos dado que, además de predecir el fallo del material, son capaces de predecir la pérdida de propiedades mecánicas a medida que se acumulan los daños en la estructura. La degradación de cada lámina y su efecto sobre el resto de la estructura es un factor de especial interés para poder extender el uso de materiales compuestos a nuevas aplicaciones. Si bien estos modelos son de gran interés, su aplicación en materiales ortótropos o con isotropía transversal, como materiales compuestos reforzados con fibras, plantea serias dificultades. La naturaleza y morfología de estos materiales inducen algunas direcciones favorables para la propagación de grietas o de pequeños fallos estructurales. Además, la zona de interacción entre fibras y matriz es la parte más débil del material. A menudo, el primer mecanismo de fallo es la separación de fibras y matriz.

En este capítulo se describen los modelos de daño continuo desarrollados por S.T. Pinho *et al.* [4] y P. Maimí *et al.* [5]. Estos modelos son especialmente interesantes dado que han sido implementados en programas de simulación numérica utilizados en la industria aeronáutica.

En su trabajo “Physically based failure models and criteria for laminated fibre-reinforced composites with emphasis on fibre kinking” [4], S.T. Pinho desarrolla junto a L. Iannucci y P. Robinson un modelo de daño continuo para materiales compuestos. Este modelo de comportamiento está implementado en LS-Dyna con el nombre MAT261- Laminated fracture Daimler Pinho. En este modelo, S.T. Pinho analiza los resultados obtenidos en el “World Wide Failure Exercise” (WWFE) [17] aportando mejoras a los criterios de fallo planteados hasta el momento.

Por otro lado, en su trabajo “A continuum damage model for composite laminates” [5], P. Maimí desarrolla, junto con P.P. Camanho, J.A. Mayugo y C.G. Dávila, un modelo de comportamiento de materiales compuestos basado en las tensiones efectivas calculadas según la ecuación

3.1., en la que  $E_a$ ,  $E_b$  y  $G_{ab}$  son los módulos de elasticidad en dirección de las fibras, el módulo de elasticidad en dirección perpendicular a las fibras y el módulo de elasticidad a cortante, respectivamente. Además, en este trabajo se profundiza aún más en las funciones que definen el comportamiento del material tras alcanzar el fallo. Este modelo de comportamiento está implementado en LS-Dyna con el nombre MAT262-Laminated fracture Daimler Camanho.

Ecuación 3.1.

$$[\tilde{\sigma}] = H_0^{-1}[\varepsilon]$$

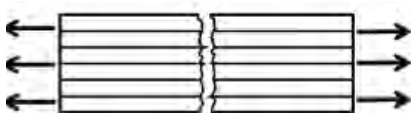
$$H_0 = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_a} & -\frac{\nu_{ba}}{E_b} & 0 \\ -\frac{\nu_{ab}}{E_a} & \frac{1}{E_b} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{G_{ab}} \end{bmatrix}$$

Al igual que en la mayoría de modelos, los modelos presentados en este capítulo consideran cuatro modos de fallo para un material compuesto reforzado con fibras unidireccionales: fallo longitudinal por tracción, fallo longitudinal por compresión, fallo transversal por tracción y fallo transversal por compresión (figura 3.1.). Una vez alcanzado el fallo del material, los modelos de daño continuo analizados plantean una evolución del daño sufrido por el material basado en la energía de fractura o energía liberada durante el proceso de fractura introduciendo las denominadas funciones de daño. Cada mecanismo de fallo tiene asociada una función de daño que permanece inactiva hasta que se alcanza el criterio de fallo correspondiente. Una vez activada la función, las tensiones y propiedades se actualizan en función del daño sufrido.

Figura 3.1.

Mecanismos de fallo en materiales compuestos.

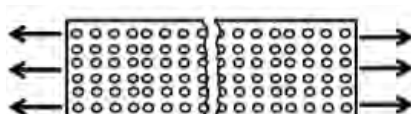
a) Rotura de fibras por tracción.



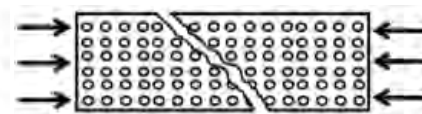
b) Rotura de fibras por compresión.



c) Rotura de matriz por tracción.



d) Rotura de matriz por compresión.

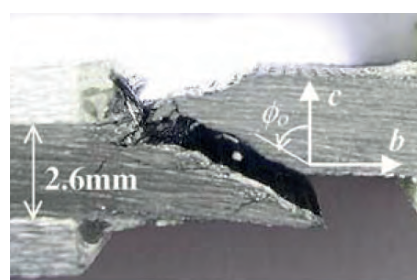


## 3.2. Modelo de fallo transversal por compresión

El modelo de fallo transversal por compresión, o modelo de fallo de la matriz por compresión, se produce por efecto del cortante resultante de estos esfuerzos de compresión. Según el criterio de Mohr-Coulomb, en un estado de compresión pura, el plano de fractura debe formar un ángulo  $\phi_0 = 45^\circ$  con la dirección intralaminar. Este plano coincide con el plano de máxima tensión cortante. No obstante, de forma experimental se ha demostrado que el ángulo formado en materiales compuestos sometidos a compresión pura en sentido transversal es  $\phi_0 = 53 \pm 2^\circ$  (figura 3.2.). Este fenómeno se debe a la existencia de una tensión de compresión que actúa en el potencial plano de fractura, asociada a efectos de fricción. Según este

Figura 3.2.

Ángulo del plano de fractura para un material compuesto sometido a compresión pura en dirección transversal.



criterio, puede establecerse la relación entre el coeficiente de fricción transversal ( $\mu_T$ ) y el ángulo fractura en compresión pura ( $\phi_0$ ), tal y como se muestra en la ecuación 3.2.

Ecuación 3.2.

$$\mu_T = -\frac{1}{\tan(2\phi_0)}$$

### 3.2.1. Criterio de Pinho para el fallo transversal por compresión

El modelo propuesto por Pinho *et al.* [4] plantea un criterio de fallo de la matriz a compresión basado en las componentes tensionales del plano de fractura (figura 3.3.). La ecuación 3.3. describe cómo se obtienen las componentes tensionales en el plano de fractura en función del ángulo  $\phi$ . Este ángulo es desconocido, excepto en el caso de compresión pura que toma el valor  $\phi_0 = 53$ , para un estado de compresión transversal cualquiera. El ángulo formado por el plano de fractura será el más desfavorable para cada caso concreto. De forma numérica, el valor de este ángulo se calcula iterando de tal forma que se obtengan las tensiones mínimas que activen el criterio de fallo. En el Anexo I se plantea un método para obtener el valor de este ángulo en cada caso concreto.

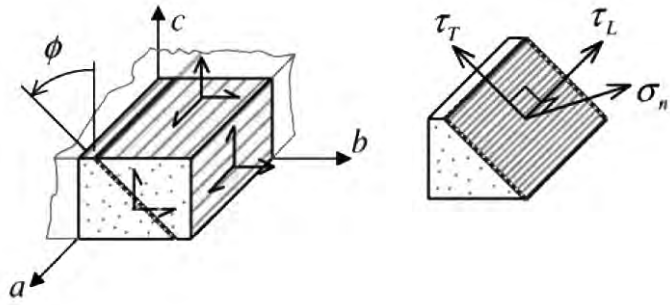
Dada su simplicidad y aproximación a los resultados experimentales, Pinho *et al.* [4] concluye que el criterio propuesto en el modelo LaRC04 es el más apropiado para describir el comportamiento a compresión de materiales compuestos reforzados con fibras. La ecuación 3.4. describe el criterio planteado en el LaRC04 y empleado por Pinho *et al.* [4] para este modo de fallo. En este criterio, la resistencia longitudinal a cortante ( $S_L$ ) es una propiedad del material, mientras que la resistencia transversal a cortante ( $S_T$ ) se calcula empleando la resistencia transversal a compresión ( $Y_C$ ) y el ángulo  $\phi_0$  (ecuación 3.5.). Por último, el coeficiente de fricción longitudinal ( $\mu_L$ ) se calcula empleando la relación establecida por Puck y Schürmann [13] entre los coeficientes de fricción longitudinal y transversal en función de las resistencias a cortante longitudinal y transversal (ecuación 3.6.).

Figura 3.3.

Componentes tensionales en el plano de fractura.

a) Ángulo de fractura.

b) Componentes tensionales.



Ecuación 3.3.

$$\sigma_n = \frac{\sigma_b + \sigma_c}{2} + \frac{\sigma_b - \sigma_c}{2} \cos(2\phi) + \tau_{bc} \sin(2\phi)$$

$$\tau_T = -\frac{\sigma_b - \sigma_c}{2} \sin(2\phi) + \tau_{bc} \cos(2\phi)$$

$$\tau_L = \tau_{ab} \cos(\phi) + \tau_{ca} \sin(\phi)$$

Ecuación 3.4.

$$f_{TC} = \left( \frac{\tau_T}{S_T - \mu_T \sigma_n} \right)^2 + \left( \frac{\tau_L}{S_L - \mu_L \sigma_n} \right)^2 = 1$$

Ecuación 3.5.

$$S_T = \frac{Y_C}{2 \tan(\phi_0)}$$

Ecuación 3.6.

$$\mu_L = S_L \frac{\mu_T}{S_T}$$



### 3.2.2. Criterio de Maimí para el fallo transversal por compresión

A diferencia del modelo planteado por Pinho *et al.* [4], el plano de fractura según el modelo planteado por Maimí *et al.* [5] solo puede formar dos posibles ángulos con la dirección intralaminar:  $0^\circ$  o  $53^\circ$ . Este planteamiento se deriva de resultados experimentales y tiene el objetivo de simplificar el modelo. Maimí *et al.* [4] observaron que el ángulo de fractura disminuye de  $53^\circ$  a  $40^\circ$  al aplicar pequeños esfuerzos cortantes y que, al aumentar estos esfuerzos cortantes, el ángulo de fractura pasa rápidamente a ser  $0^\circ$ . El resultado de este planteamiento son dos expresiones distintas para el fallo de la matriz por compresión (ecuación 3.7.), basadas en los esfuerzos cortantes en el plano y los efectos de fricción.

Ecuación 3.7.

$$f_{Tc} = \begin{cases} \sqrt{\left(\frac{\tau_T}{S_T}\right)^2 + \left(\frac{\tau_L}{S_L}\right)^2} = 1, & \phi = 53^\circ \\ \frac{\langle |\tau_{ab}| + \mu_L \sigma_b \rangle}{S_L} = 1, & \phi = 0^\circ \end{cases}$$

El fallo del material con  $\phi = 53^\circ$ , al igual que en el modelo propuesto por Pinho *et al.* [4], se produce debido al cortante. Las tensiones cortantes que provocan el fallo del material se definen en la ecuación 3.8. Por otro lado, Maimí *et al.* [5] consideran, además, los efectos de fricción entre la matriz y las fibras que componen el material compuesto.

Estos efectos se definen utilizando los coeficientes de fricción transversal y longitudinal ( $\mu_T$  y  $\mu_L$ ) descritos en las ecuaciones 3.2. y 3.9. En la ecuación 3.9.,  $Y_c$  es el límite de resistencia de la matriz a compresión. De esta forma, la definición del coeficiente de fricción transversal coincide con la empleada por Pinho *et al.* [4], mientras que la definición del coeficiente de fricción longitudinal es distinta. P. Maimí *et al.* [5] tiene, en cuenta que la fricción es fruto del deslizamiento entre fibras y matriz añadiendo una pequeña corrección a los efectos de fricción. Esta corrección la realiza añadiendo en la definición de las tensiones cortantes el ángulo de deslizamiento provocado por la diferencia de tensión cortante y de compresión (ecuación 3.10.). La resistencia transversal a cortante para este modelo tiene una definición un poco distinta a la definición planteada en

Ecuación 3.8.\*

$$\begin{aligned} \tau_T &= \langle -\sigma_b \cos(\phi_0) [\sin(\phi_0) - \mu_T \cos(\phi_0) \cos(\phi)] \rangle \\ \tau_L &= \langle \cos(\phi_0) [|\tau_{ab}| - \mu_L \sigma_b \cos(\phi_0) \sin(\phi)] \rangle \end{aligned}$$

\*El operador de McCauley  $\langle \cdot \rangle$  se define como  $\langle x \rangle = \max \{0, x\}$ ,  $x \in \mathbb{R}$

Ecuación 3.9.

$$\mu_L = -\frac{S_L \cos(2\phi_0)}{Y_c \cos^2(\phi_0)}$$

Ecuación 3.10.

$$\phi = \arctan \left( \frac{-|\tau_{ab}|}{\sigma_b \sin(\phi_0)} \right)$$

Ecuación 3.11.

$$S_T = Y_c \cos(\phi_0) \left[ \sin(\phi_0) + \frac{\cos(\phi_0)}{\tan(2\phi_0)} \right]$$



el modelo propuesto por Pinho *et al.* [4] (ecuación 3.11.). No obstante, ambas se basan en la resistencia transversal a compresión del ángulo de fractura en compresión pura.

### 3.3. Modelo de fallo transversal por tracción

El fallo en dirección transversal combina la formación de grietas en la matriz y la separación de fibras y matriz. Al aplicar cargas de tracción en dirección transversal y cortante en el mismo plano, se producen fracturas transversales en la matriz, originadas en zonas con pequeños defectos, que se propagan a través del espesor de cada lámina. Las fracturas transversales se originan sin afectar a las fibras, solo se producen en la matriz y en la zona de interacción entre matriz y fibras. Cuando se aplican esfuerzos cortantes en un laminado unidireccional, se observan comportamientos no lineales antes de producirse el fallo por fractura de la matriz. Este comportamiento no lineal se debe al comportamiento viscoelástico de la matriz, y de la creación y propagación de microgrietas. No obstante, este comportamiento no lineal no se contempla en los modelos estudiados en este capítulo.

#### 3.3.1. Criterio de Pinho para el fallo transversal por tracción

A la vista de los resultados obtenidos en el WWFE, Pinho *et al.* [4] sugieren una interacción cuadrática de las tensiones que aparecen en el plano de fractura para definir el fallo de la matriz por tracción. La ecuación 3.12.

Ecuación 3.12.

$$f_{Tt} = \left(\frac{\sigma_n}{Y_T}\right)^2 + \left(\frac{\tau_T}{S_T}\right)^2 + \left(\frac{\tau_L}{S_L}\right)^2 = 1$$

muestra este criterio, en esta ecuación  $Y_T$  es el límite de resistencia a tracción de la matriz. En este caso, las componentes tensionales quedan definidas según la ecuación 3.3., siendo el ángulo formado por el plano de fractura con la perpendicular al plano de las fibras ( $\phi$ ) igual a cero.

#### 3.3.2. Criterio de Maimí para el fallo transversal por tracción

Según el modelo propuesto por Maimí *et al.* [5], la fractura por esfuerzos de tracción o por combinación de esfuerzos de tracción y cortante se produce, al igual que en el modelo propuesto por Pinho

Ecuación 3.13.

$$f_{Tt} = \sqrt{(1-g)\frac{\sigma_b}{Y_T} + g\left(\frac{\sigma_b}{Y_T}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{ab}}{S_L}\right)^2} = 1$$

*et al.* [4], formando un ángulo de  $0^\circ$  con la perpendicular al plano medio de la estructura. Maimí *et al.* [5] emplean como referencia el criterio de fractura definido en el LaRC04 (ecuación 3.13.). Para este criterio de fallo se tiene en cuenta la relación entre los posibles modos de fallo por tracción: modo I y modo II (figura 3.4.). Esto desemboca en la defini-

Ecuación 3.14.

$$g = \frac{G_{Ic}}{G_{IIc}}$$

ción de la ratio de energías críticas de fractura ( $g$ ), descrita en la ecuación 3.14. De esta forma se favorece la fractura en modo I.

### 3.4. Modelo de fallo longitudinal por compresión

El fallo longitudinal por compresión en materiales compuestos con fibras alineadas en una dirección ocurre por el colapso de las fibras como resultado de esfuerzos cortantes derivados del fenómeno de “fibre kinking” (figura 3.5.) y de daños en la matriz. El análisis del fenómeno de “fibre kinking” se basa en la suposición de que existen pequeñas imperfecciones en la alineación de las fibras. El desalineamiento de las fibras causa tensiones cortantes en las propias fibras que fuerzan a estas a retorcerse, incrementando la tensión por cortante y desembocando en la inestabilidad del compuesto. En sus estudios, Schultheisz y Waas [28] determinaron que en los materiales compuestos avanzados los fenómenos de desalineamiento de las fibras o “fibre kinking” se originan en pequeños microdefectos estructurales, tales como microfisuras en la matriz o pequeñas imperfecciones en la alineación de las fibras. Partiendo de esta hipótesis, Argon [29] realizó una primera aproximación del ángulo inicial de desalineamiento ( $\theta_i$ ) de las fibras considerando que este debía ser función de las propiedades del material. El estudio del ángulo inicial de desalineamiento y cómo este afecta la resistencia del material ha motivado diversos trabajos en los que se define el ángulo formado por las fibras ( $\theta$ ) según aumentan las cargas aplicadas. De entre estos trabajos destacan los realizados por Budiansky [30] y Dávila [31], en los que se define el ángulo de desalineamiento de las fibras como función del ángulo inicial de desalineamiento y la deformación de cortadura ( $\gamma_m$ ) debida al estado tensional aplicado (ecuación 3.15.). La deformación tangencial resultante del estado tensional se calcula utilizando la ecuación 3.16., que también es función del ángulo inicial de desalineamiento. Utilizando el criterio de Puck, Dávila determinó que este ángulo puede calcularse relacionando el ángulo de desalineamiento y la deformación tangencial obtenida en un caso de fallo por compresión pura ( $\theta_c$  y  $\gamma_{mc}$ ), definidos por las ecuaciones 3.17. y 3.18. respectivamente, siendo  $X_c$  el

Figura 3.4.  
Modos de fallo por tracción (I, II y III).

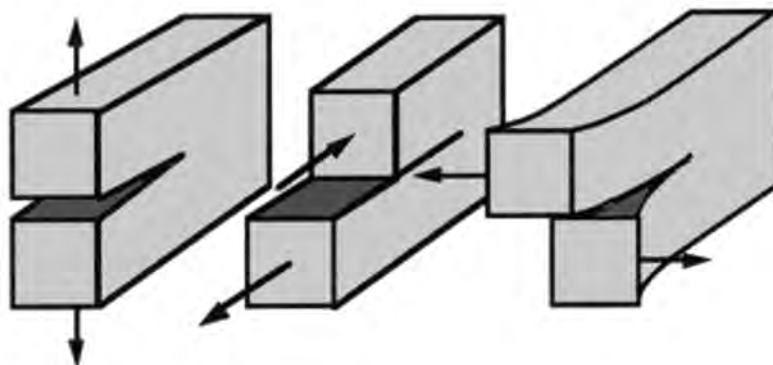
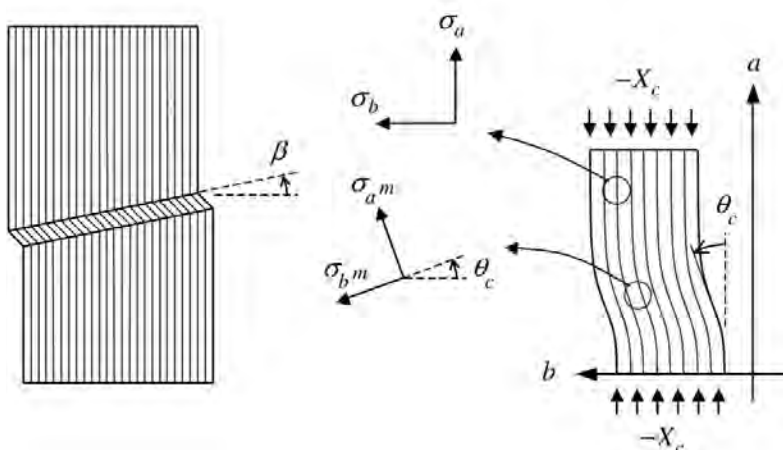


Figura 3.5.  
Fenómeno de “fibre kinking”.







límite de resistencia a compresión en la dirección de las fibras. Esta relación (ecuación 3.19.) confirma que el ángulo inicial de desalineamiento puede considerarse como una propiedad del material. De estos estudios se deduce que el ángulo de desalineamiento inicial de las fibras ( $\theta_i$ ), el ángulo de desalineamiento en fallo por compresión pura ( $\theta_c$ ) y la deformación de cortadura en fallo por compresión pura ( $\gamma_{mc}$ ) son propiedades del material. Por el contrario, el ángulo de desalineamiento ( $\theta$ ) y la deformación de cortadura ( $\gamma_m$ ) para casos en los que se aplican combinaciones de esfuerzos longitudinales, transversales y cortantes, son función de los propios esfuerzos aplicados y se calculan aplicando métodos iterativos.

Ecuación 3.15.

$$\theta = \frac{\tau_{ab}}{|\tau_{ab}|} (\theta_i + \gamma_m)$$

Ecuación 3.16.

$$\gamma_m = \frac{\theta_i G_{ab} + |\tau_{ab}|}{G_{ab} + \sigma_a - \sigma_b} - \theta_i$$

Ecuación 3.17.

$$\theta_c = \arctan \left( \frac{1 - \sqrt{1 - 4 \left( \frac{S_L}{X_c} + \mu_L \right) \frac{S_L}{X_c}}}{2 \left( \frac{S_L}{X_c} + \mu_L \right)} \right)$$

Ecuación 3.18.

$$\gamma_{mc} = \frac{\theta_c X_c}{G_{ab}}$$

Ecuación 3.19.

$$\theta_i = \theta_c - \gamma_{mc}$$

### 3.4.1. Criterio de Pinho para el fallo longitudinal por compresión

Debido al fenómeno de “fibre kinking”, las componentes tensionales deben estar referenciadas según el sistema de coordenadas de la banda de cortadura o “kink band” (ver figura 3.5.), descrito usando el subíndice  $m$  tal y como se muestra en la ecuación 3.20. Estas componentes tensionales dependen del ángulo de desalineamiento mencionado anteriormente y de las cargas aplicadas en el plano en el que se producen las “kink bands”.

Ecuación 3.20.

$$\begin{aligned} \sigma_a^m &= \frac{\sigma_a + \sigma_b}{2} + \frac{\sigma_a - \sigma_b}{2} \cos(2\theta) + \tau_{ab} \sin(2\theta) \\ \sigma_b^m &= \frac{\sigma_a + \sigma_b}{2} - \frac{\sigma_a - \sigma_b}{2} \cos(2\theta) - \tau_{ab} \sin(2\theta) \\ \tau_a^m \tau_b^m &= -\frac{\sigma_a - \sigma_b}{2} \sin(2\theta) + \tau_{ab} \cos(2\theta) \end{aligned}$$

En su modelo, Pinho *et al.* [4] desarrollan, además del modelo 2D descrito en la figura 3.5., un modelo tridimensional para el fenómeno de “fibre kinking” en el que se tienen en cuenta todos los esfuerzos aplicables al material (figura 3.6.). Dado que el modelo de Pinho *et al.* [4] define los límites de resistencia en función de las componentes tensionales en el plano de fractura, es necesario referenciar todas las componentes tensionales según los ejes definidos por el plano de fractura. La figura 3.6. representa el sistema global de coordenadas empleado para definir de forma genérica las componentes tensionales en un estado de compresión longitudinal. Analizando el plano formado por los ejes  $b^\psi$  y  $c^\psi$  es razonable pensar que los esfuerzos de compresión en dirección  $b^\psi$  favorezcan que se cierren las microfisuras formadas en la matriz (normales a la dirección  $b^\psi$ ) y desfavoreciendo el fenómeno de “fibre kinking”. De la misma forma, esfuerzos de tracción en la dirección  $b^\psi$  ayudarían a pro-

pagar las microfisuras de la matriz y favoreciendo el “fibre kinking”. Dicho esto, parece razonable asumir que la dirección  $b^\psi$  coincida con la dirección correspondiente con la máxima tensión principal del plano  $bc$ . Empleando el círculo de Mohr, es sencillo obtener el ángulo  $\psi$  según la ecuación 3.21. Una vez obtenido este ángulo, los valores de las tensiones en las direcciones principales en el plano  $bc$  y las tensiones cortantes en los planos  $ab^\psi$  y  $c^\psi a$  se obtienen empleando la ecuación 3.22.

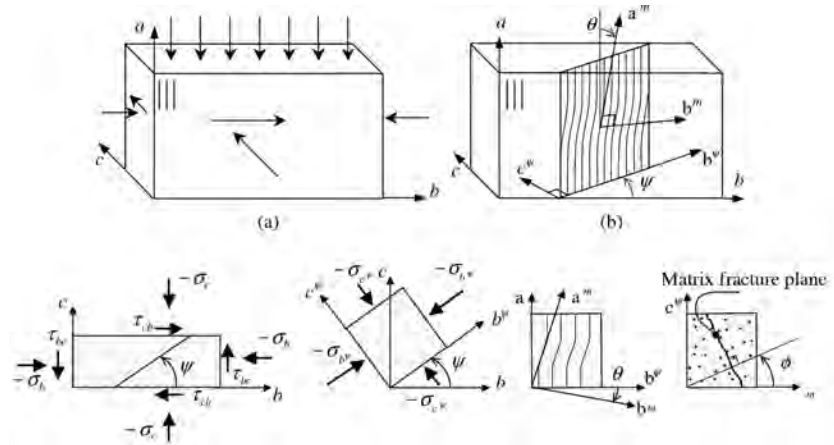
Una vez obtenidas las tensiones en las direcciones principales, las componentes normal, transversal y longitudinal del plano de fractura se obtienen empleando la ecuación 3.23. En esta ecuación se tiene en cuenta, al igual que en el caso de fallo en dirección transversal, el ángulo de fractura en el plano de la matriz. Empleando estas tensiones Pinho *et al.* [4] realizan una corrección del modelo LaRC04 considerando dos expresiones distintas en función del valor de  $\sigma_b^m$ , de esta forma se favorece la propagación de fisuras en la matriz en el caso de que esta tensión sea positiva y se introducen los efectos de fricción en el caso de que sea negativa. Este criterio se define en la ecuación 3.24.

### 3.4.2. Criterio de Maimí para el fallo longitudinal por compresión

Al igual que en el modelo de fallo transversal por compresión, Maimí *et al.* [5] realizan una simplificación del ángulo de fractura. En este caso consideran que el ángulo de desalineamiento de las fibras es constante, siendo esto una propiedad del material y tomando el valor  $\theta_c$  calculado mediante la ecuación 3.17. Debido a esta simplificación y a que Maimí *et al.* [5] solo desarrollan el

Figura 3.6.

Modelo tridimensional del modelo de Pinho para un estado de compresión longitudinal.



Ecuación 3.21.

$$\tan(2\psi) = \frac{2\tau_{bc}}{\sigma_b - \sigma_c}$$

Ecuación 3.22.

$$\sigma_{b^\psi} = \frac{\sigma_b + \sigma_c}{2} + \frac{\sigma_b - \sigma_c}{2} \cos(2\psi) + \tau_{bc} \sin(2\psi)$$

$$\sigma_{c^\psi} = \sigma_b + \sigma_c - \sigma_{b^\psi}$$

$$\tau_{ab^\psi} = \tau_{ab} \cos(\psi) + \tau_{ca} \sin(\psi)$$

$$\tau_{c^\psi a} = \tau_{ca} \cos(\psi) - \tau_{ab} \sin(\psi)$$

Ecuación 3.23.

$$\sigma_n = \frac{\sigma_b^m + \sigma_{c^\psi}}{2} + \frac{\sigma_b^m - \sigma_{c^\psi}}{2} \cos(2\phi) + \tau_{b^m c^\psi} \sin(2\phi)$$

$$\tau_T = -\frac{\sigma_b^m - \sigma_{c^\psi}}{2} \sin(2\phi) + \tau_{b^m c^\psi} \cos(2\phi)$$

$$\tau_L = \tau_{a^m b^m} \cos(\phi) + \tau_{c^\psi a^m} \sin(\phi)$$

Ecuación 3.24.

$$f_{Lc} = \begin{cases} \left( \frac{\tau_T}{S_T - \mu_T \sigma_n} \right)^2 + \left( \frac{\tau_L}{S_L - \mu_L \sigma_n} \right)^2 = 1, & \sigma_b^m \leq 0 \\ \left( \frac{\sigma_n}{Y_T} \right)^2 + \left( \frac{\tau_T}{S_T} \right)^2 + \left( \frac{\tau_L}{S_L} \right)^2 = 1, & \sigma_b^m > 0 \end{cases}$$



modelo de “fibre kinking” en 2D, el cálculo de las tensiones según los ejes desalineados se calcula empleando la ecuación 3.25.

Ecuación 3.25.

$$\begin{aligned}\tilde{\sigma}_b^m &= \tilde{\sigma}_a \sin^2(\theta_c) + \tilde{\sigma}_b \cos^2(\theta_c) - 2|\tilde{\tau}_{ab}| \sin(\theta_c) \cos(\theta_c) \\ \tilde{\tau}_{ab}^m &= (\tilde{\sigma}_b - \tilde{\sigma}_a) \sin(\theta_c) \cos(\theta_c) + |\tilde{\tau}_{ab}|(\cos^2(\theta_c) - \sin^2(\theta_c))\end{aligned}$$

Una vez definidas las componentes del tensor de tensiones, el criterio fallo longitudinal a compresión se basa en los efectos cortantes y transversales y la resistencia a cortante en la dirección de las fibras. Este criterio queda definido por la ecuación 3.26.

Ecuación 3.26.

$$f_{Lc} = \frac{\langle |\tilde{\tau}_{ab}^m| + \mu_L \tilde{\sigma}_b^m \rangle}{S_L} = 1$$

### 3.5. Modelo de fallo longitudinal por tracción

Los esfuerzos longitudinales en materiales compuestos reforzados con fibras son soportados en su mayoría por las fibras. Cuando estas fallan debido a esfuerzos de tracción o compresión, las cargas internas deben redistribuirse por otras zonas de la estructura, causando el colapso de la estructura. En materiales compuestos con una alta proporción de fibras y materiales compuestos cuya deformación de fractura de la matriz es mayor que la de las fibras de refuerzo, el fallo longitudinal se origina en zonas pequeñas de fibras aisladas. Estas fracturas aisladas incrementan la tensión normal y cortante de las fibras adyacentes creando zonas de concentración de tensiones. A su vez, estas zonas con concentración de tensiones provocan fracturas en la matriz, separación de fibras y matriz y, en matrices dúctiles, fallos cónicos por cortante. Al aumentar la carga que produce estas fisuras, provocando nuevas fisuras en las fibras, el material colapsa y se fractura definitivamente.

#### 3.5.1. Criterio de Pinho para el fallo longitudinal por tracción

Para el fallo de las fibras debido a esfuerzos de tracción en la dirección de estas (dirección longitudinal), Pinho *et al.* [4] adoptan el criterio de tensión máxima admisible planteado en el modelo LaRC04 [15]. La ecuación 3.27. describe el criterio para la rotura de fibras por tracción, siendo  $X_T$  la resistencia a tracción en dirección de las fibras.

Ecuación 3.27.

$$f_{LT} = \frac{\sigma_a}{X_T} = 1$$

#### 3.5.2. Criterio de Maimí para el fallo longitudinal por tracción

P. Maimí *et al.* [5] proponen utilizar el criterio de deformación máxima para este modo de fallo descrito en la ecuación 3.28. En los casos en los que no se aplique tensión en la dirección perpendicular a las fibras, ambos modelos describen el mismo criterio.

Ecuación 3.28.

$$f_{Lt} = \frac{E_a}{X_T} \varepsilon_a = \frac{\tilde{\sigma}_a - \nu_{ab} \tilde{\sigma}_b}{X_t} = 1$$

## 3.6. Comportamiento posterior al fallo (daño)

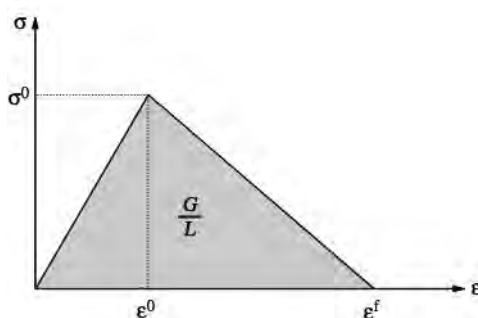
Una vez que se cumple uno de los criterios de fallo propuestos para cada modo de fallo, el material comienza a dañarse. Este daño, como ya se ha comentado anteriormente, se traduce en una pérdida de propiedades mecánicas. Los modelos de comportamiento estudiados en este trabajo evalúan la evolución del daño sufrido por el material empleando funciones de daño. Estas funciones están estrechamente relacionadas con la energía crítica de fractura, siendo esta la energía que es capaz de absorber el material durante el proceso de fractura. Normalmente, esta energía crítica de fractura se define por unidad de área y se emplea para definir la curva tensión-deformación en materiales compuestos.

### 3.6.1. Modelo de daño propuesto por Pinho

Pinho *et al.* [4] emplean las energías críticas de fractura para definir la curva tensión-deformación en cada uno de los modos de fallo descritos en su modelo. La figura 3.7. muestra la energía absorbida por un material compuesto cargado hasta colapsar por completo. Como puede observarse, el comportamiento del material es lineal tanto en la zona elástica como en zona posterior al fallo del material.

Esta segunda zona lineal describe la evolución del daño en el material. En esta figura, “G” es la energía crítica de fractura del material para el mecanismo de fallo correspondiente y “L” es la longitud característica del elemento empleado para la simulación numérica. Según esta figura, la deformación máxima que puede soportar un material compuesto antes de colapsar por completo puede calcularse empleando la ecuación 3.29.

Figura 3.7.  
Energía absorbida según el modelo de Pinho.



Ecuación 3.29.

$$\varepsilon^f = \frac{2G}{\sigma^0 L}$$

Una vez alcanzado el límite de resistencia del material para uno de los distintos mecanismos de fallo ( $\sigma_0$ ), la función de fallo correspondiente se activa y el material comienza a sufrir daños. Pinho *et al.* [4] cuantifican el daño sufrido por

el material ( $d$ ) empleando el algoritmo de la ecuación 3.30. En este modelo se definen tres variables de daño que se corresponden con los siguientes mecanismos de daño: daño de fibras por tracción ( $d_f$ ), daño de fibras por compresión ( $d_{kink}$ ) y daño de la matriz ( $d_{mat}$ ). Esta última variable de daño se emplea para definir tanto el daño de la matriz a tracción como a compresión. Cada una de estas variables tiene asociados unos

Ecuación 3.30.

$$d = \max \left\{ 0, \min \left\{ 1, \varepsilon^f \frac{\varepsilon - \varepsilon^f}{\varepsilon(\varepsilon^f - \varepsilon^0)} \right\} \right\}$$





valores de deformación inicial ( $\varepsilon^0$ ), deformación tras el daño ( $\varepsilon$ ) y deformación última ( $\varepsilon^f$ ), particulares para cada caso. Una vez iniciado el daño, las tensiones efectivas soportadas por el material son mayores que las tensiones aplicadas debido a que estas son soportadas por la parte no dañada del material. La relación entre las tensiones aplicadas y efectivas se describe en la ecuación 3.31.

Ecuación 3.31.

$$\sigma^{ap} = (1 - d)\sigma^{ef}$$

Para evitar los superíndices, que en ocasiones pueden resultar confusos e inducir errores, la relación descrita por la ecuación 3.31. se representará a partir de ahora según la expresión descrita en la ecuación 3.32.

Ecuación 3.32.

$$\sigma \leftarrow (1 - d)\sigma$$

### *Evolución del daño sufrido por la matriz*

Para este modo de fallo, las componentes tensionales del plano de fractura se degradan empleando la ecuación 3.33. De esta forma, los efectos cortantes siempre se ven afectados, mientras que la tensión normal solo se degrada cuando es positiva. Esta diferenciación se debe a que en este modelo se considera que las grietas se cierran al aplicar esfuerzos de compresión normales al plano de fractura. Una vez actualizadas estas tensiones, se emplean para calcular la tensión resultante en el plano de fractura, el ángulo que forman estas componentes (ecuaciones 3.34. y 3.35.) y poder definir las deformaciones resultantes en el plano de fractura (ecuación 3.36.). Al igual que en la degradación de la tensión normal, la tensión resultante en el material solo tiene en cuenta la tensión normal si es positiva. En la ecuación 3.37. se define el resto de componentes necesarias para definir la deformación en la matriz tras producirse el fallo.

Ecuación 3.33.

$$\tau_T \leftarrow (1 - d_{mat})\tau_T$$

$$\tau_L \leftarrow (1 - d_{mat})\tau_L$$

$$\sigma_n \leftarrow \left(1 - d_{mat} \frac{\langle \sigma_n \rangle}{\sigma_n}\right) \sigma_n$$

Ecuación 3.35.

$$\lambda = \arctan\left(\frac{\tau_L}{\tau_T}\right)$$

$$\omega = \arctan\left(\frac{\langle \sigma_n \rangle}{\tau_{mat}}\right)$$

Ecuación 3.34.

$$\sigma_{mat} = \sqrt{\langle \sigma_n \rangle^2 + (\tau_{mat})^2}$$

$$\tau_{mat} = \sqrt{(\tau_T)^2 + (\tau_L)^2}$$

Ecuación 3.36.

$$\varepsilon_{mat} = \frac{\langle \sigma_n \rangle}{\sigma_n} \varepsilon_n \sin \omega + \gamma_{mat} \cos \omega$$

$$\gamma_{mat} = |\gamma_T \cos \lambda + \gamma_L^{el} \sin \lambda|$$

Ecuación 3.37.

$$\varepsilon_n = \frac{1}{2}[(\varepsilon_b + \varepsilon_c) + (\varepsilon_b - \varepsilon_c) \cos 2\phi + \gamma_{bc} \sin 2\phi]$$

$$\gamma_T = -(\varepsilon_b - \varepsilon_c) \sin 2\phi + \gamma_{bc} \cos 2\phi$$

$$\gamma_L^{el} = \gamma_{ab}^{el} \cos \phi + \gamma_{ca} \sin \phi$$

$$\gamma_{ab}^{el} = \frac{\tau_{ab}}{G_{ab}}$$

Ecuación 3.38.

$$d_{mat} = \max \left\{ 0, \min \left\{ 1, \varepsilon_{mat}^f \frac{\varepsilon_{mat} - \varepsilon_{mat}^f}{\varepsilon_{mat}(\varepsilon_{mat}^f - \varepsilon_{mat}^0)} \right\} \right\}$$

Una vez definidos todos estos parámetros, la evolución del daño sufrido por la matriz se define siguiendo la ecuación 3.38., en la que  $\varepsilon_{mat}^0$  se calcula empleando la tensión en el momento de fallo ( $\sigma_0$ ) y el módulo de elasticidad  $\varepsilon_{mat}^f$  y se calcula introduciendo el tamaño del elemento utilizado y la energía crítica de fractura correspondiente en la ecuación 3.29.

### Evolución del daño sufrido por las fibras a compresión

Al igual que en el caso anterior, las componentes tensionales se actualizan empleando la variable asociada a este modo de fallo (ecuación 3.39.) y degradando la tensión normal solo cuando esta es positiva, considerando el cierre de las fisuras cuando esta tensión es negativa (ecuación 3.38). El procedimiento es el mismo que el descrito en el daño de la matriz pero considerando que, dado que el fenómeno de “fibre kinking” se produce por esfuerzos cortantes en la matriz, la tensión resultante es equivalente al cortante en la dirección del desalineamiento y la deformación solo depende de este factor (ecuación 3.40.).

Ecuación 3.39.

$$\begin{aligned}\tau_{a^m b^m} &\leftarrow (1 - d_{kink}) \tau_{a^m b^m} \\ \tau_{c \psi_{a^m}} &\leftarrow (1 - d_{kink}) \tau_{c \psi_{a^m}} \\ \sigma_{a^m} &\leftarrow \left(1 - d_{kink} \frac{\langle \sigma_{a^m} \rangle}{\sigma_{a^m}}\right) \sigma_{a^m}\end{aligned}$$

Ecuación 3.40.

$$\begin{aligned}\sigma_{kink} &= \tau_{a^m b^m} \\ \varepsilon_{kink} &= \tau_{a^m b^m}^{\ell}\end{aligned}$$

### Evolución del daño sufrido por las fibras a tracción

El fallo a tracción en dirección de las fibras modifica el comportamiento de toda la estructura y todas las propiedades se ven afectadas. Esto supone una modificación de todas las componentes tensionales, tal y como se muestra en la ecuación 3.41. Por otro lado, este modo de fallo solo depende de la tensión en dirección de las fibras, por lo que el cálculo de la evolución de la deformación, siguiendo el procedimiento descrito anteriormente, se simplifica en gran medida.

Ecuación 3.41.

$$\begin{aligned}\{\tau_{ab}, \tau_{bc}, \tau_{ca}\} &\leftarrow (1 - d_{ft}) \{\tau_{ab}, \tau_{bc}, \tau_{ca}\} \\ \sigma_i &\leftarrow \left(1 - d_{ft} \frac{\langle \sigma_i \rangle}{\sigma_i}\right) \sigma_i, \quad i = a, b, c\end{aligned}$$

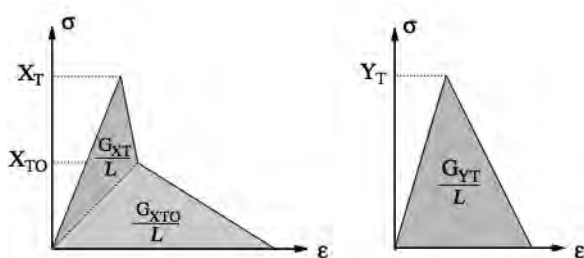
### 3.6.2. Modelo de daño propuesto por Maimí

Al igual que en el modelo planteado por Pinho *et al.* [4], Maimí *et al.* [5] emplean las denominadas energías críticas de fractura para predecir la pérdida progresiva de propiedades mecánicas del material. No obstante, Maimí *et al.* [5] proponen un comportamiento bilineal en la evolución del fallo longitudinal para ajustar mejor el modelo a la realidad. La figura 3.8. muestra las diferencias entre el modelo longitudinal y transversal propuesto por Maimí *et al.* [5], en esta figura “G” es la dureza a fractura, “L” es la longitud característica del elemento y “X<sub>TO</sub>” es el punto de in-

Figura 3.8.

Energía absorbida según el modelo de Maimí.

a) Dirección longitudinal. b) Dirección transversal\*.



\*L: Longitud característica del elemento. X<sub>TO</sub>: Punto de inflexión.



flexión para el cambio de curva en el fallo longitudinal. En este trabajo se ignora este comportamiento bilineal a la hora de definir el material con el objetivo de asemejar al máximo los modelos de comportamiento propuestos por Pinho *et al.* [4] y Maimí *et al.* [5].

Maimí *et al.* [5] relacionan las tensiones y las deformaciones sufridas globalmente por el material y define distintas funciones de fallo para los distintos modos de fallo, teniendo en cuenta, además, el fallo por cortadura. Inicialmente estas funciones toman el valor 0, quedando el tensor de transformación ( $H_0$ ) como el planteado en la ecuación 3.1. Al activarse el daño, el tensor de transformación se modifica en función del valor de las funciones de daño definidas en el modelo (ecuación 3.42.). Las funciones de daño definidas en el modelo de Maimí *et al.* [5] se describen en la ecuación 3.43. Estas funciones de fallo dependen a su vez de distintos parámetros de activación y de algunas constantes necesarias para definir las ecuaciones exponenciales. La definición detallada de estos parámetros se describe en el artículo “A continuum damage model for composite laminates” [5].

Según este modelo, el daño provocado por esfuerzos de tracción en la matriz no afecta a la resistencia a compresión debido a que las fisuras producidas se cierran al comprimir el material. Por el contrario, el daño a tracción en dirección longitudinal sí afecta a la resistencia a compresión dado que al fallar las fibras se pierde la consistencia del material. Las figuras 3.9. y 3.10. muestran este comportamiento representando la curva tensión deformación resultante de traccionar y comprimir un material compuesto.

Ecuación 3.42.

$$[\sigma] = H^{-1}[\varepsilon]$$

$$H = \begin{bmatrix} \frac{1}{(1-d_a)E_a} & -\frac{v_{ba}}{E_b} & 0 \\ -\frac{v_{ab}}{E_a} & \frac{1}{(1-d_b)E_b} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{(1-d_6)G_{ab}} \end{bmatrix}$$

Ecuación 3.43.

$$d_a = d_{a+} \frac{\langle \sigma_a \rangle}{|\sigma_a|} + d_{a-} \frac{\langle -\sigma_a \rangle}{|\sigma_a|}$$

$$d_{a+} = 1 - (1 - d_{a+}^L)(1 - d_{a+}^E)$$

$$d_{a-} = 1 - \frac{1}{r_{a-}} \exp[A_{a-}(1 - r_{a-})]$$

$$d_b = d_{b+} \frac{\langle \sigma_b \rangle}{|\sigma_b|} + d_{b-} \frac{\langle -\sigma_b \rangle}{|\sigma_b|}$$

$$d_{b+} = 1 - \frac{1}{f_{b+}(r_{b+})} \exp[A_{b+}(1 - f_{b+}(r_{b+}))]$$

$$d_{b-} = 1 - \frac{1}{r_{b-}} \exp[A_{b-}(1 - r_{b-})]$$

$$d_6 = 1 - \frac{1}{r_{b-}} \exp[A_6(1 - r_{b+})]$$

Donde:

- $d_{a+}^L, d_{a+}^E$  son funciones auxiliares (en este documento  $d_{a+}^E = 0$ )
- $A_M$  ( $M = a+, a-, b+, b-, 6$ ) son constantes para definir las leyes exponenciales.
- $r_M$  ( $M = a+, a-, b+, b-, 6$ ) son variables de activación auxiliares.
- $f_{b+}$  es un parámetro de reducción de fuerza.

Ecuación 3.44.

$$g_M = \frac{G_M}{l^*}, \quad M = 1+, 1-, 2+, 2-, 6$$

$$l^* = \frac{\sqrt{A_{IP}}}{\cos \xi}, \quad |\xi| \leq 45^\circ$$

Figura 3.9.

Ciclo de carga transversal: O-A-B-O-C-D-O-E.

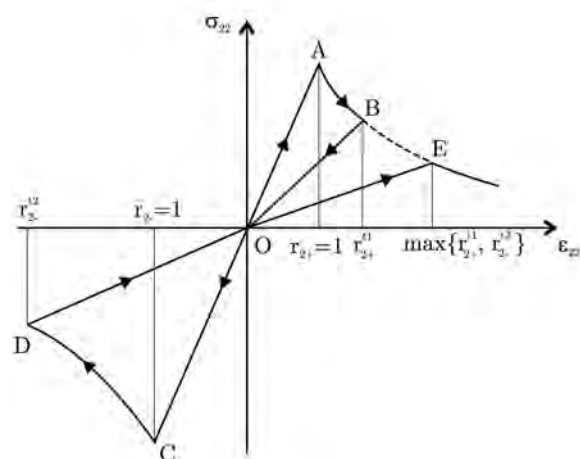
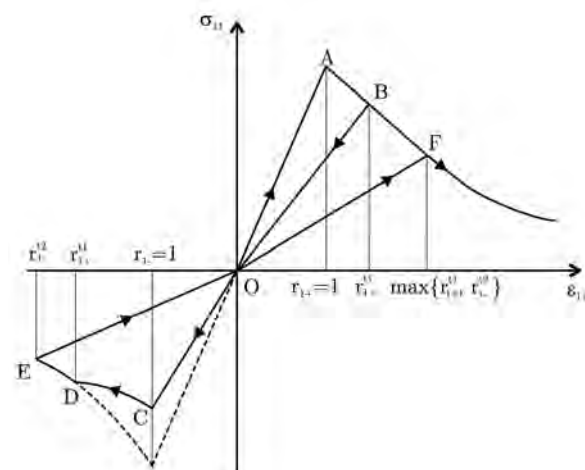


Figura 3.10.

Ciclo de carga longitudinal: O-A-B-O-C-D-E-O-F.



Por último, cabe destacar que este modelo realiza una corrección de la energía crítica de fractura teniendo en cuenta la dirección del mallado. La ecuación 3.44. muestra esta corrección, siendo  $\xi$  el ángulo formado por la dirección de propagación de la fisura con la dirección del mallado y  $A_{fp}$  el área asociada con cada punto de integración.

## 3.7. Resumen de los modelos

Los modelos estudiados muestran distintos criterios de fallo para los diferentes modos de fallo. A continuación se resumen estos criterios en la tabla 3.1.

Tabla 3.1.

Resumen de los modelos estudiados.

Modo de fallo	Modelo de Pinho	Modelo de Maimí
Matriz por compresión	$\left(\frac{\tau_T}{S_T - \mu_T \sigma_n}\right)^2 + \left(\frac{\tau_L}{S_L - \mu_L \sigma_n}\right)^2$	$\begin{cases} \sqrt{\left(\frac{\tilde{\tau}_T}{S_T}\right)^2 + \left(\frac{\tilde{\tau}_L}{S_L}\right)^2}, & \phi = 53^\circ \\ \frac{\langle  \tilde{\tau}_{ab}  + \mu_L \tilde{\sigma}_b \rangle}{S_L}, & \phi = 0^\circ \end{cases}$
Matriz por tracción	$\left(\frac{\sigma_n}{Y_T}\right)^2 + \left(\frac{\tau_T}{S_T}\right)^2 + \left(\frac{\tau_L}{S_L}\right)^2$	$\sqrt{(1-g)\frac{\sigma_b}{Y_t} + g\left(\frac{\sigma_b}{Y_t}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{ab}}{S_L}\right)^2}$
Fibras por compresión	$\begin{cases} \left(\frac{\tau_T}{S_T - \mu_T \sigma_n}\right)^2 + \left(\frac{\tau_L}{S_L - \mu_L \sigma_n}\right)^2 & \sigma_{bm} \leq 0 \\ \left(\frac{\sigma_n}{Y_T}\right)^2 + \left(\frac{\tau_T}{S_T}\right)^2 + \left(\frac{\tau_L}{S_L}\right)^2 & \sigma_{bm} > 0 \end{cases}$	$\frac{\langle  \tilde{\tau}_{ab}^m  + \mu_L \tilde{\sigma}_b^m \rangle}{S_L}$
Fibras por tracción	$\frac{\sigma_a}{X_T}$	$\frac{\sigma_a - v_{ab} \sigma_b}{X_t}$



## Capítulo 4: Superficies de fallo para laminados unidireccionales

Los modelos de comportamiento descritos en el capítulo 3 definen distintos límites de resistencia en función de los esfuerzos aplicados. En este capítulo se estudian estos límites de resistencia y se analizan las diferencias entre ambos modelos de comportamiento. Dado que ambos modelos definen las superficies de fallo en el plano, para analizarlo se van a representar los diagramas  $\tau_{ab}$ ,  $\sigma_b$  y  $\tau_{ab}$ ,  $\sigma_a$ . En concreto se estudia el comportamiento de un material compuesto formado por fibra de carbono con matriz de epoxi.

### 4.1. Material empleado

El material empleado para realizar este estudio de resistencia es un laminado de fibra de carbono con matriz de epoxi T300/1034-C. Las propiedades de este material fueron obtenidas en los experimentos realizados por Chang y Chang en 1987 [23] y Tan en 1991 [7]. Este material ha sido seleccionado debido a sus múltiples aplicaciones y a la posibilidad de validar los resultados con los experimentos realizados por Tan [7], que serán mostrados en el capítulo 6.

### 4.2. Predicción de superficies de fallo

Los modelos de comportamiento propuestos por Pinho *et al.* [4] y por Maimí *et al.* [5] se han analizado empleando programas de cálculo matemático. Los resultados obtenidos empleando las fórmulas que definen los distintos criterios ayudan a entender el significado y las consecuencias de cada modo de fallo. En el Anexo I se muestran

Tabla 4.1.  
Propiedades del material T300/1043-C.

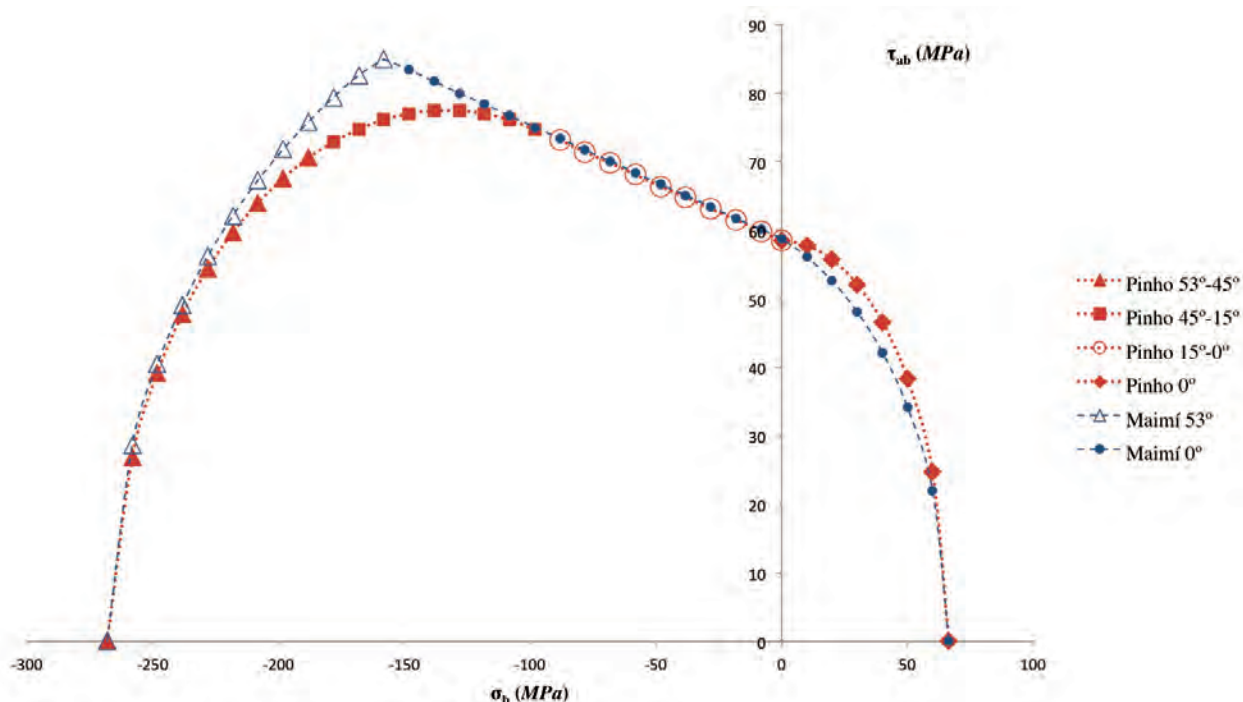
Propiedad	T300/1043-C
Densidad (kg/m <sup>3</sup> )	1.750,000
Módulo de Young $E_a$ (GPa)	146,800
Módulo de Young $E_b$ (GPa)	11,400
Módulo de Young $E_c$ (GPa)	11,400
Coefficiente de Poisson $\nu_{ba}$	0,023
Coefficiente de Poisson $\nu_{ca}$	0,023
Coefficiente de Poisson $\nu_{cb}$	0,400
Módulo a cortante $G_{ab}$ (GPa)	6,100
Módulo a cortante $G_{bc}$ (GPa)	2,000
Módulo a cortante $G_{ca}$ (GPa)	6,100
Dureza a fractura longitudinal por compresión $G_{a-}$ (N/mm)	78,270
Energía crítica de fractura longitudinal por tracción $G_{a+}$ (N/mm)	89,830
Energía crítica de fractura por cortante $G_c$ (N/mm)	0,460
Energía crítica de fractura transversal por compresión $G_{b-}$ (N/mm)	0,760
Energía crítica de fractura transversal por tracción $G_{b+}$ (N/mm)	0,230
Resistencia longitudinal a compresión $X_C$ (MPa)	1.379,000
Resistencia longitudinal a tracción $X_T$ (MPa)	1.730,000
Resistencia transversal a compresión $Y_C$ (MPa)	268,200
Resistencia transversal a tracción $Y_T$ (MPa)	66,500
Resistencia longitudinal a cortante $S_L$ (MPa)	58,700
Ángulo de fractura en compresión pura (°)	53,000

los algoritmos empleados para obtener los resultados mostrados en este capítulo.

#### 4.2.1. Predicción de superficies de fallo en dirección transversal

La evolución de los límites de resistencia en dirección transversal (matriz) empleando las ecuaciones resumidas en la tabla 3.1. se ilustran en la figura 4.1. En esta figura se muestran los resultados empleando los modelos del Pinho *et al.* [4] y Maimí *et al.* [5] en función del ángulo formado por el plano de fractura.

Figura 4.1.  
Predicción de superficies de fallo en dirección transversal.



Como puede observarse en la figura 4.1., la resistencia a cortante se ve favorecida cuando se aplican pequeños esfuerzos de compresión. Por el contrario, los esfuerzos de tracción nunca favorecen la resistencia a cortante del material. En estados de tracción transversal, el plano de fractura siempre es perpendicular a la dirección de las fibras. Conforme se aplican esfuerzos de compresión, el ángulo formado por el plano de fractura va aumentando hasta alcanzar los 53° típicos de las fracturas a compresión.

Las superficies de fallo en dirección transversal presentan, en algunos casos, pequeñas diferencias entre los modelos de Pinho *et al.* [4] y Maimí *et al.* [5]. Estas diferencias son de esperar debido a las simplificaciones realizadas en cada uno de los modelos. Pinho *et al.* [4] considera que el ángulo de fractura transversal por compresión depende de cada estado tensional y toma un valor distinto en cada caso. Por otro lado, Maimí *et al.* [5] solamente considera dos posibilidades: fractura a 53° o fractura a 0°. Tal y como se muestra en la figura 4.1., existe una diferencia en la

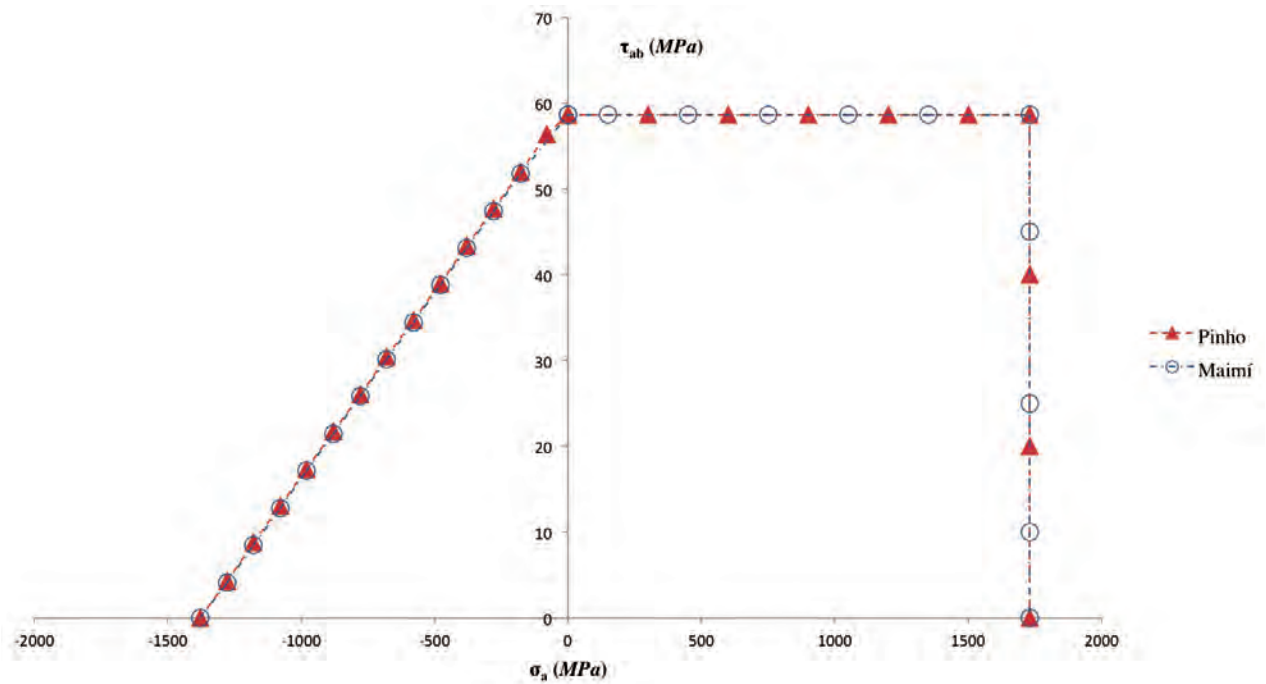


zona en la que esta simplificación realizada por Maimí *et al.* [5] supone una diferencia de 15°-20° en el plano de fractura. A tracción, el modelo propuesto por Pinho *et al.* [4] resulta ser menos restrictivo debido a que no se considera que la fractura se pueda producir en modo I o en modo II (ver figura 3.4.).

#### 4.2.2. Predicción de superficies de fallo en dirección longitudinal

En dirección longitudinal, el comportamiento de un material compuesto se describe empleando las ecuaciones relacionadas con las fibras de la tabla 3.1. El resultado de aplicar estas ecuaciones a estados tensionales de compresión y tracción longitudinal se muestra en la figura 4.2. A diferencia de los resultados transversales, en dirección longitudinal la resistencia a cortante nunca se ve favorecida por la tracción o la compresión.

Figura 4.2.  
Predicción de superficies de fallo en dirección longitudinal.



En dirección longitudinal, las diferencias entre los modelos estudiados no hacen posible prever en qué zonas puede haber mayores diferencias. Ambos modelos de comportamiento se basan en el efecto del fenómeno de “fibre kinking” para definir el límite de resistencia a compresión. Esto mismo sucede en el análisis longitudinal a tracción de los modelos, ambos se basan en el límite de resistencia a tracción de las fibras. La figura 4.2. muestra que, aplicando las ecuaciones, los resultados de ambos modelos son idénticos. Las diferencias planteadas a la hora de definir los criterios exactos de fractura no conducen a resultados distintos para los estados tensionales analizados. A compresión, los límites de resistencia se solapan y a tracción, el límite es exactamente el mismo.

### 4.3. Predicción de las superficies de fallo mediante el método de los elementos finitos

Los resultados obtenidos aplicando las ecuaciones ayudan a entender los modelos propuestos por Pinho *et al.* [4] y Maimí *et al.* [5], no obstante resulta interesante comprobar si la implementación de estos modelos en programas de simulación numérica que utilicen el método de los elementos finitos (MEF) ofrece los mismos resultados. A la hora de emplear un modelo de comportamiento para realizar una simulación, resulta conveniente conocer y comprender cómo está implementado el modelo y qué problemas pueden surgir.

Se ha escogido el programa LS-Dyna [6] para realizar los ensayos utilizando el método de los elementos finitos debido a que es un programa utilizado en la industria aeronáutica y a que, desde la versión R7.0 de este programa, tiene implementados los modelos propuestos por Pinho *et al.* [4] y Maimí *et al.* [5]. El modelo de comportamiento propuesto por Pinho *et al.* [4] está implementado con el nombre MAT261-Laminate Fracture Daimler Pinho, y el modelo propuesto por Maimí *et al.* [5] está implementado con el nombre MAT262-Laminate Fracture Daimler Camanho.

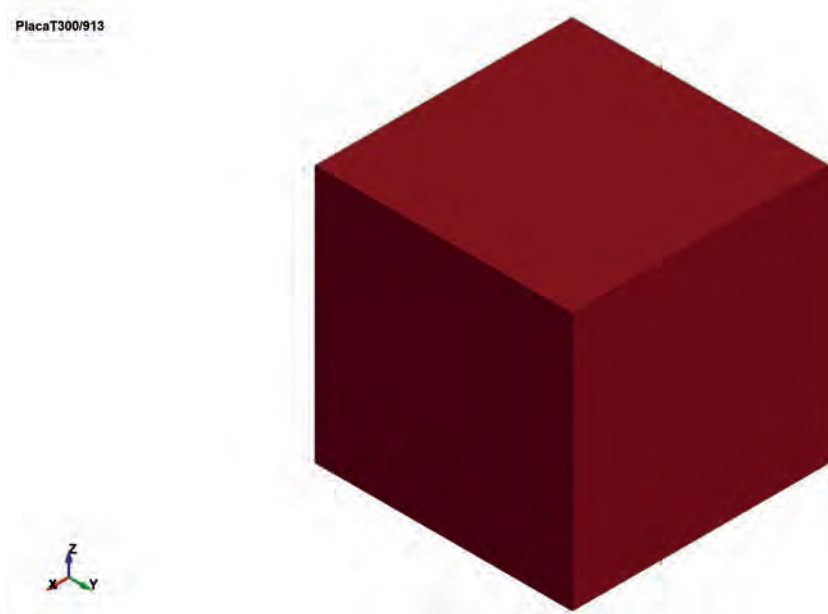
#### 4.3.1. Definición de la simulación

Para obtener los resultados se han realizado múltiples simulaciones, no obstante todas parten de una simulación base. Esta simulación consiste en aplicar desplazamientos que provoquen esfuerzos normales y tangenciales a un elemento tipo SOLID (figura 4.3.). Este tipo de elemento se ha escogido debido a que permite un mejor análisis de las tensiones soportadas por el mismo. En particular ofrece un mejor análisis de las tensiones de cortadura.

Los distintos estados de carga surgen de aplicar distintos desplazamientos en las direcciones X y Z según los ejes marcados en la figura 4.4. Los apoyos se definen en el lado opuesto al lado en el que se aplican estos desplazamientos. La figura 4.5. muestra la curva de carga empleada como base para aplicar los desplazamientos en dirección X.

Para el análisis en dirección transversal se ha definido el material de

Figura 4.3.  
Elemento cúbico utilizado en las simulaciones.



tal forma que las fibras estén en la dirección marcada por el eje Z según la figura 4.3. Para el análisis longitudinal, las fibras se orientan en la dirección marcada por el eje X según la figura 4.3. El Anexo II ofrece un resumen de la definición de los “keyword” utilizados para definir los modelos de Pinho *et al.* [4] (MAT261) y Maimí *et al.* [5] (MAT262) en LS-Dyna.

#### 4.3.2. Predicción de las superficies de fallo transversales empleando el MEF

Los resultados obtenidos mediante simulaciones en dirección transversal muestran una gran similitud con los obtenidos aplicando las ecuaciones. En la figura 4.6 se muestran estos resultados indicando con marcadores los puntos obtenidos mediante simulaciones y los resultados obtenidos aplicando las ecuaciones con una línea continua.

Los resultados obtenidos empleando el modelo de Pinho *et al.* [4] mediante simulaciones y mediante la aplicación de las ecuaciones que definen los criterios de fallo son prácticamente idénticos. Lo mismo ocurre al emplear el modelo propuesto por Maimí *et al.* [5], únicamente se observan algunas diferencias en la parte de compresión, concretamente en la zona en la que no predominan claramente ni los esfuerzos cortantes ni los esfuerzos de compresión. En esta zona el ángulo de fractura según el modelo de Maimí *et al.* [5] es de  $0^\circ$ , mientras que en el modelo de comportamiento propuesto por Pinho *et al.* [4] el ángulo estaría comprendido entre  $30^\circ$  y  $15^\circ$ . No obstante, los resultados siguen siendo muy similares.

#### 4.3.3. Predicción de las superficies de fallo longitudinales empleando el MEF

En dirección longitudinal, los resultados obtenidos en las simulaciones con LS-Dyna muestran que, en realidad, los modelos propuestos por

Figura 4.4.  
Esquema de cargas y apoyos empleados en las simulaciones.

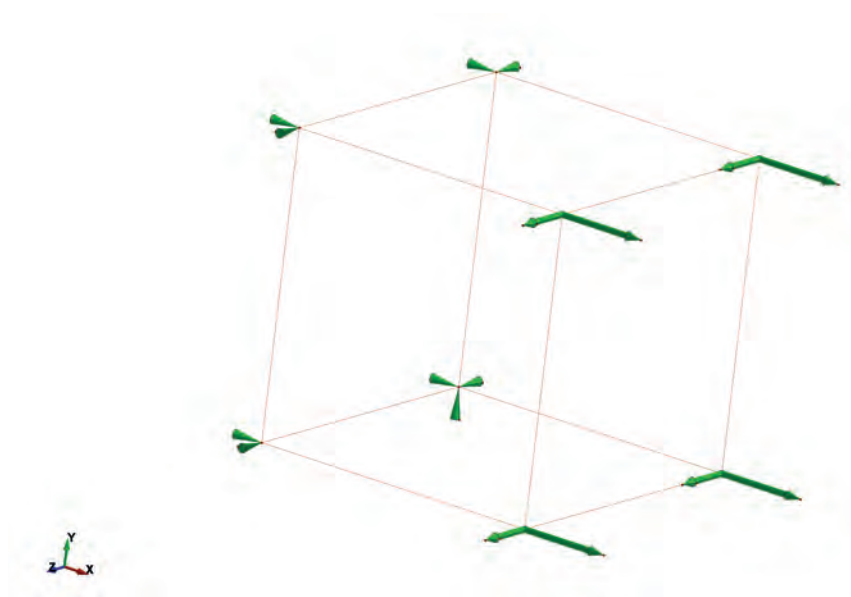


Figura 4.5.  
Recta de carga empleada para definir los desplazamientos en los nodos.

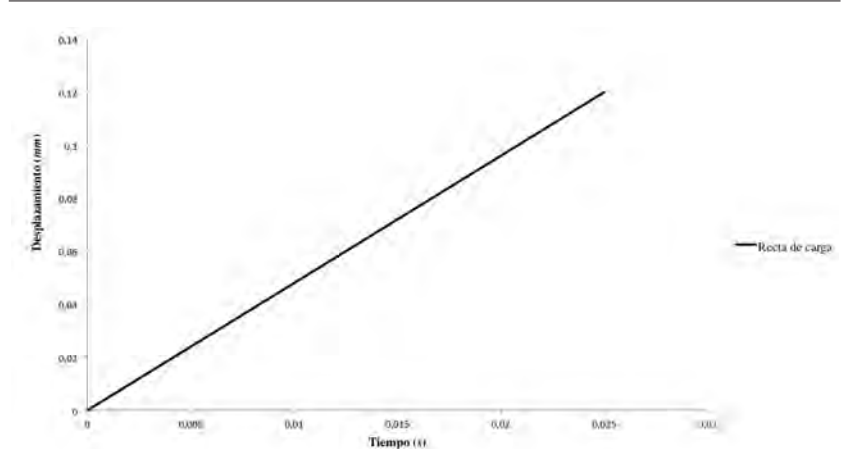
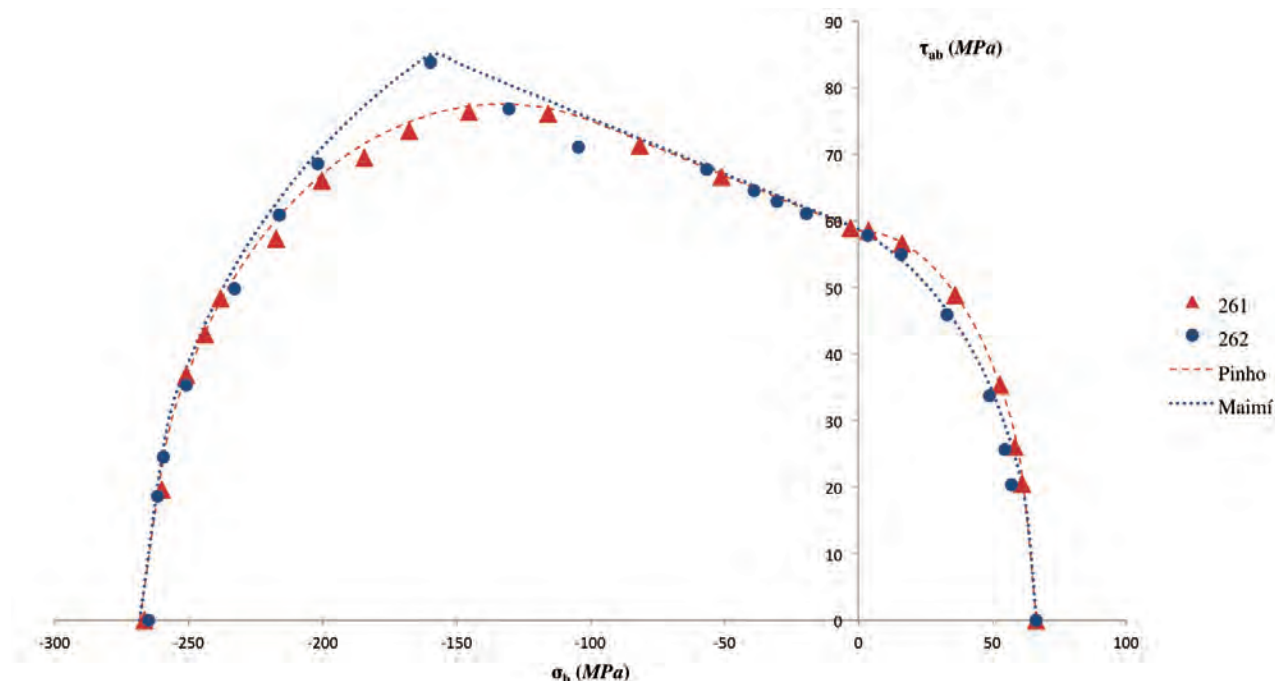


Figura 4.6.

Predicción de las superficies de fallo transversales empleando el método de los elementos finitos.

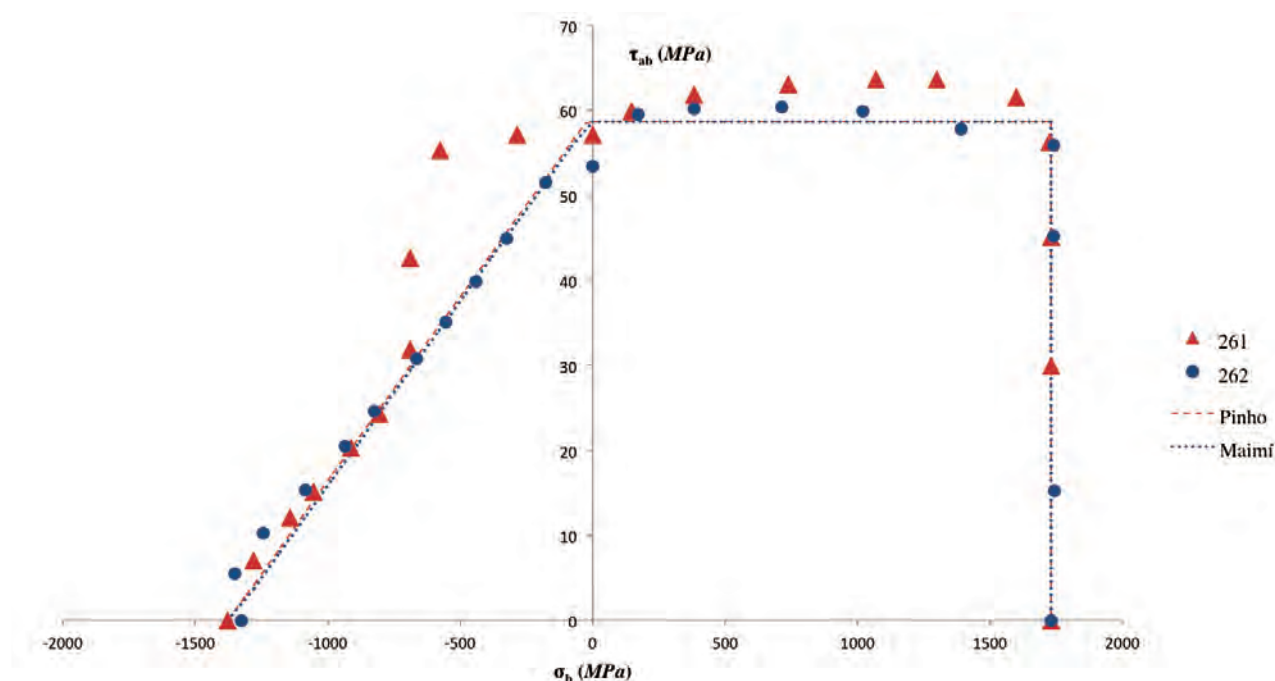


Pinho *et al.* [5] y Maimí *et al.* [4] no son tan similares como cabía esperar. Las zonas en las que predominan los esfuerzos de compresión o tracción longitudinales sí son prácticamente idénticas. Por el contrario, en el resto de estados tensionales se aprecian diferencias muy significativas. La figura 4.7. muestra los resultados de las superficies de fallo longitudinales obtenidas con LS-Dyna.

Analizando el modelo de Pinho *et al.* [4] en dirección longitudinal se apre-

Figura 4.7.

Predicción de las superficies de fallo longitudinales empleando el método de los elementos finitos.







cian claras diferencias entre los resultados de las simulaciones y los obtenidos aplicando las ecuaciones de fallo. En las zonas en las que predominan los esfuerzos cortantes, la resistencia del material es mayor que la resistencia estimada analíticamente. Al someter el material a pequeños esfuerzos de compresión en sentido longitudinal, la resistencia a cortante no disminuye. Analizando más detalladamente los resultados de las simulaciones correspondientes a esta zona de la gráfica de superficies de fallo puede razonarse la causa de este aumento de resistencia. Este aumento de resistencia se debe a la forma en la que se aplican las cargas. La combinación de desplazamientos utilizada para provocar estos estados tensionales, además de esfuerzos de compresión longitudinales y esfuerzos cortantes, provoca pequeños esfuerzos de compresión transversales. En la zona en la que predominan claramente los esfuerzos de compresión longitudinal, estos esfuerzos de compresión transversales no afectan en gran medida a los resultados. No obstante, en la zona en la que predominan los esfuerzos cortantes, estos esfuerzos transversales de compresión sí afectan de forma significativa a la resistencia del material. Observando la gráfica de superficie de fallo transversal (figura 4.1.) se aprecia un aumento de la resistencia a cortante cuando se somete el material a esfuerzos de compresión transversal. El estudio del estado tensional de tracción longitudinal del modelo de Pinho *et al.* [4] muestra que la resistencia a cortante no se mantiene constante conforme se tracciona el material. En este caso, los desplazamientos aplicados provocan esfuerzos de tracción transversales. Según el estudio transversal, esto debería reducir la resistencia a cortante, pero los resultados muestran un leve aumento de la resistencia.

El análisis longitudinal del modelo de comportamiento propuesto por Maimí *et al.* [5] muestra una clara diferencia en el límite de resistencia a cortante. Analizando los resultados obtenidos en este punto se observa que aparece una pequeña tensión de tracción en la dirección transversal. Examinando la gráfica 4.1., en la que se muestran las superficies de fallo transversales, se observa que al aplicar esfuerzos de tracción la resistencia a cortante disminuye. Otra pequeña diferencia se observa en la zona cercana al estado de compresión pura. Al igual que en el resto de casos anteriores, esta diferencia se debe al efecto de esfuerzos transversales. En este caso son pequeños esfuerzos transversales de compresión que favorecen la resistencia a cortante.

## 4.4. Conclusiones

En la mayoría de los casos, ambos modelos muestran resultados muy similares. En la práctica, la simplificación realizada por Maimí *et al.* [5] a la hora de definir el ángulo del plano de fractura en dirección transversal no supone grandes cambios. Por otro lado, los resultados longitudinales muestran diferencias más significativas en los casos en los que predomina el cortante. A la hora de predecir el fallo ante un impacto transversal, no debería haber grandes diferencias al utilizar el modelo propuesto por Pinho *et al.* [4] (MAT261) o el modelo propuesto por Maimí *et al.* [5] (MAT262).





## Capítulo 5: Acumulación de daño y pérdida de propiedades mecánicas

### 5.1. Introducción

En capítulos anteriores se ha destacado la importancia y dificultad de proporcionar modelos fiables de daño continuo en materiales compuestos. Han sido necesarias numerosas investigaciones, a lo largo de varias décadas, para comprender los distintos mecanismos de fractura en materiales compuestos y poder desarrollar criterios y modelos de fallo lo suficientemente fiables. Hoy en día se sigue investigando para mejorar estos modelos, centrando los esfuerzos en los modelos de daño continuo. En este trabajo se ha mostrado el modo en el que los modelos planteados por Pinho *et al.* [4] y Maimí *et al.* [5] son capaces de predecir las distintas superficies de fallo. No obstante, la gran aportación de estos dos modelos no reside en las modificaciones realizadas en los criterios de fractura, sino en la introducción de criterios para cuantificar la pérdida de propiedades mecánicas tras alcanzar el fallo del material.

En este capítulo se analiza el comportamiento de un laminado unidireccional tras alcanzar su límite de resistencia, a compresión y a tracción, en dirección longitudinal y transversal. Para ello se emplean los modelos de comportamiento de Pinho *et al.* [4] (MAT261) y Maimí *et al.* [5] (MAT262) implementados en LS-Dyna. El objetivo es hallar las diferencias entre ambos modelos y aclarar el significado de las funciones de daño planteadas en ambos modelos.

### 5.2. Daño continuo

La primera parte de este capítulo está dedicada a analizar el daño continuo del material hasta alcanzar el colapso total. Para ello se aplicarán desplazamientos que provoquen el fallo de la lámina y continúen dañándola hasta que la tensión que esta es capaz de soportar sea nula. Para poder observar este comportamiento se estudiarán las curvas tensión desplazamiento obtenidas con el programa de simulación numérica LS-Dyna. En el modelo propuesto por Maimí *et al.* [5] se plantea un comportamiento bilineal en sentido longitudinal, no obstante es posible definir el material de tal forma que se ignore este comportamiento. En este trabajo se ha planteado una definición lineal del modelo longitudinal propuesto por Maimí *et al.* [5] con el objetivo de asemejar al máximo este modelo con el modelo planteado por Pinho *et al.* [5]. En el Anexo II se muestra el “keyword” empleado para definir la fibra de carbono con matriz de epoxi T300/1034-C en cada uno de los modelos em-

pleados. En este caso, los parámetros más relevantes son, sobre todo, las energías críticas de fractura o “fracture toughness”. Estas energías de fractura determinan la evolución del daño sufrido en función del tamaño del elemento y, por tanto, determinan el tamaño máximo que debe tener el elemento para poder aplicar el modelo de daño continuo. Basándose en el modelo propuesto por Pinho *et al.* [4], el tamaño máximo de elemento se calcula empleando las ecuaciones 5.1. y 5.2., siendo  $\varepsilon^0$  la deformación en el momento en el que se produce el fallo del material y  $\varepsilon^f$  la deformación última antes del colapso total. También es necesario tener en cuenta que  $\varepsilon^f > \varepsilon^0$  para evitar el fenómeno de “snap back”. Este fenómeno se produce cuando la energía por unidad de área absorbida durante el proceso de carga en régimen elástico es mayor que la energía crítica de fractura. La solución numérica es “devolver” esa energía sobrante durante el proceso de fractura de tal forma que la evolución de la deformación durante el proceso de fractura sea contraria a la evolución de esta durante el régimen elástico. Esto sucede cuando el tamaño del elemento es demasiado grande y carece de sentido físico. En este capítulo se han seleccionado tamaños de elemento distintos para las simulaciones longitudinales y transversales para optimizar el tiempo de simulación y poder apreciar la evolución del daño sufrido en cada dirección.

Ecuación 5.1.

$$\varepsilon^0 = \frac{\sigma^0}{E}$$

Ecuación 5.2.

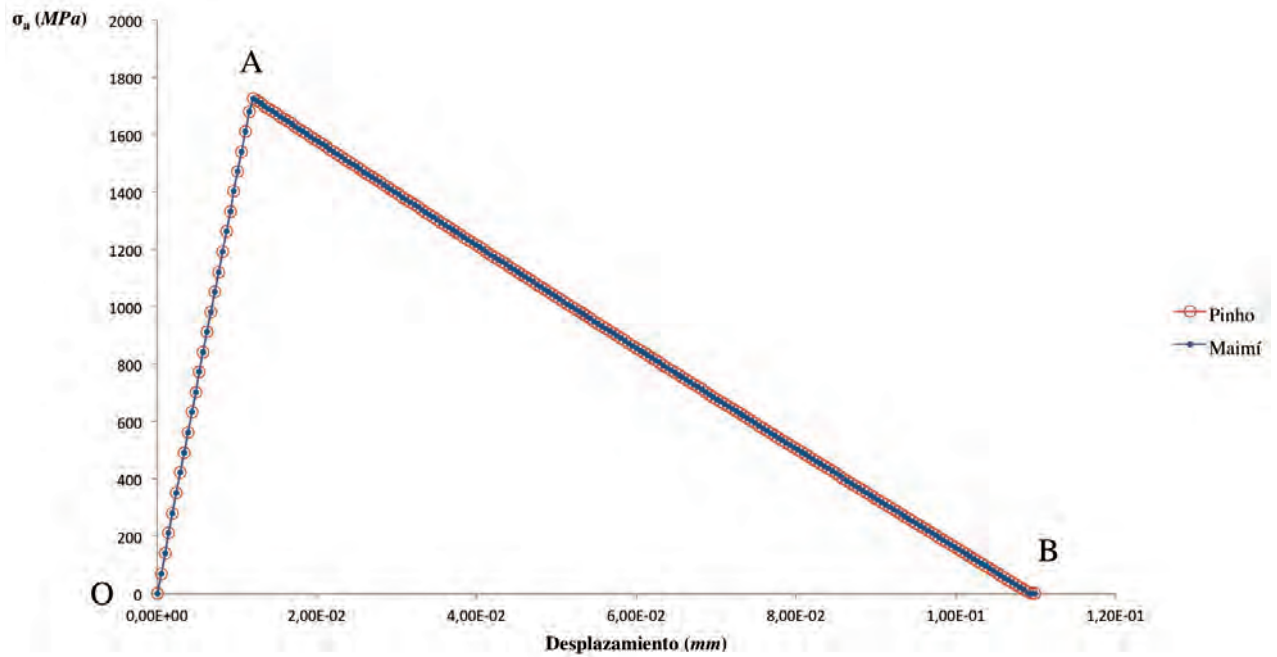
$$\varepsilon^f = \frac{2G}{\sigma^0 L}$$

### 5.2.1. Daño continuo en dirección longitudinal

En dirección longitudinal, el tamaño del elemento empleado para realizar las simulaciones ha sido de 1 mm. Teniendo en cuenta este dato y las ecuaciones 5.1. y 5.2., en las simulaciones de tracción el material debería comenzar a fallar al aplicar un desplazamiento de unos 0,012 mm. A partir de este punto deberían activarse las funciones de daño y la tensión soportada por el elemento debería comenzar a disminuir hasta hacerse nula al alcanzar un desplazamiento de unos 0,1 mm, aproximadamente. La figura 5.1. muestra la evolución de la tensión en función del desplazamiento aplicado en dirección longitudinal empleando los modelos de comportamiento estudiados. En el tramo O-A los desplazamientos aplicados provocan un aumento lineal de la tensión soportada por el elemento, en este tramo el material permanece en régimen elástico. Por el contrario, en el tramo A-B los desplazamientos aplicados hacen que la tensión en el elemento disminuya progresivamente. Esta disminución de la tensión soportada por el elemento es debida a la acumulación de daños provocados en el mismo. El área bajo la curva de la figura 5.1. es la energía crítica de fractura para tracción longitudinal.

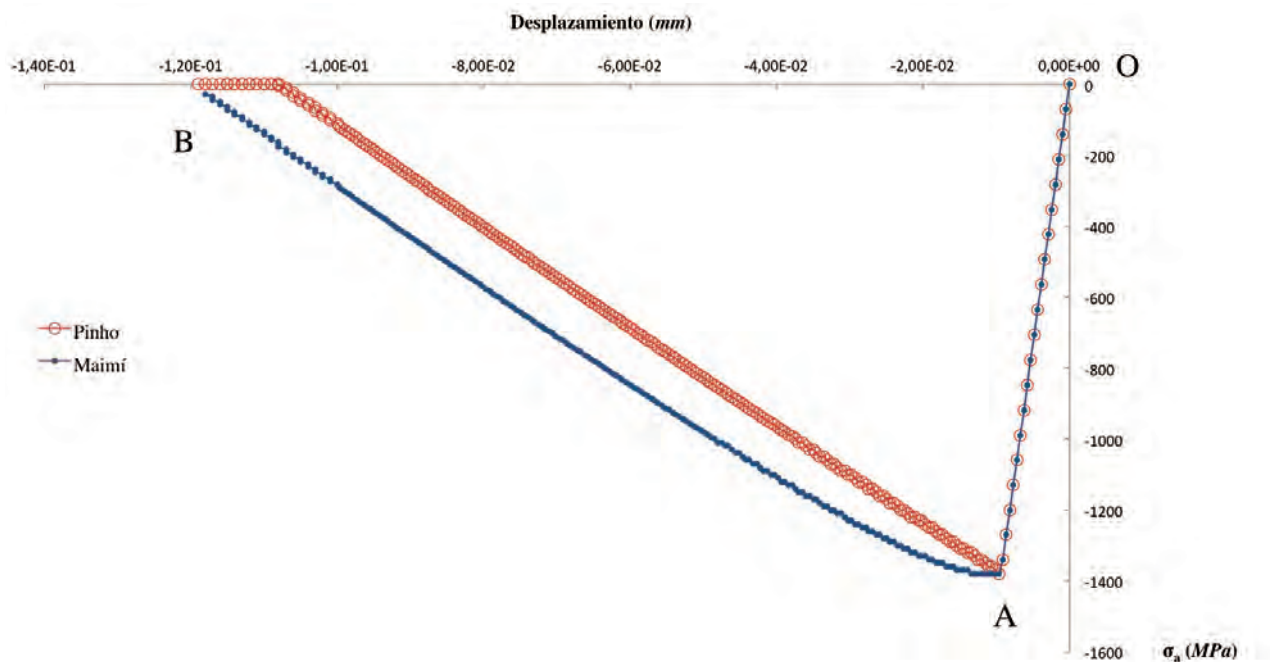
A compresión, el tamaño de elemento seleccionado, junto con las ecuaciones 5.1. y 5.2., nos indican que el elemento debería permanecer en régimen elástico hasta aplicar un desplazamiento de unos 0,01 mm, momento en el que comenzará a fallar y comenzará a disminuir su capacidad de soportar tensiones. La pérdida total de propiedades mecánicas debería producirse al aplicar unos 0,11 mm de desplazamiento a compresión. En la figura 5.3. se muestran los resultados obtenidos en las simulaciones realizadas para estudiar la evolución del daño a compresión

Figura 5.1.  
Acumulación de daño en simulaciones de tracción longitudinal.



en dirección longitudinal. En el tramo O-A, el material se mantiene en régimen elástico hasta alcanzar el límite de resistencia a compresión. Una vez alcanzado este límite, los daños acumulados provocan la pérdida de propiedades mecánicas descrita en el tramo A-B. La energía absorbida a compresión empleando el modelo de Maimí *et al.* [5] es mayor debido a la corrección que se realiza con el ángulo formado con la dirección del mallado y la propagación teórica de la fractura (ver capítulo 3).

Figura 5.2.  
Acumulación de daño en simulaciones de compresión longitudinal.







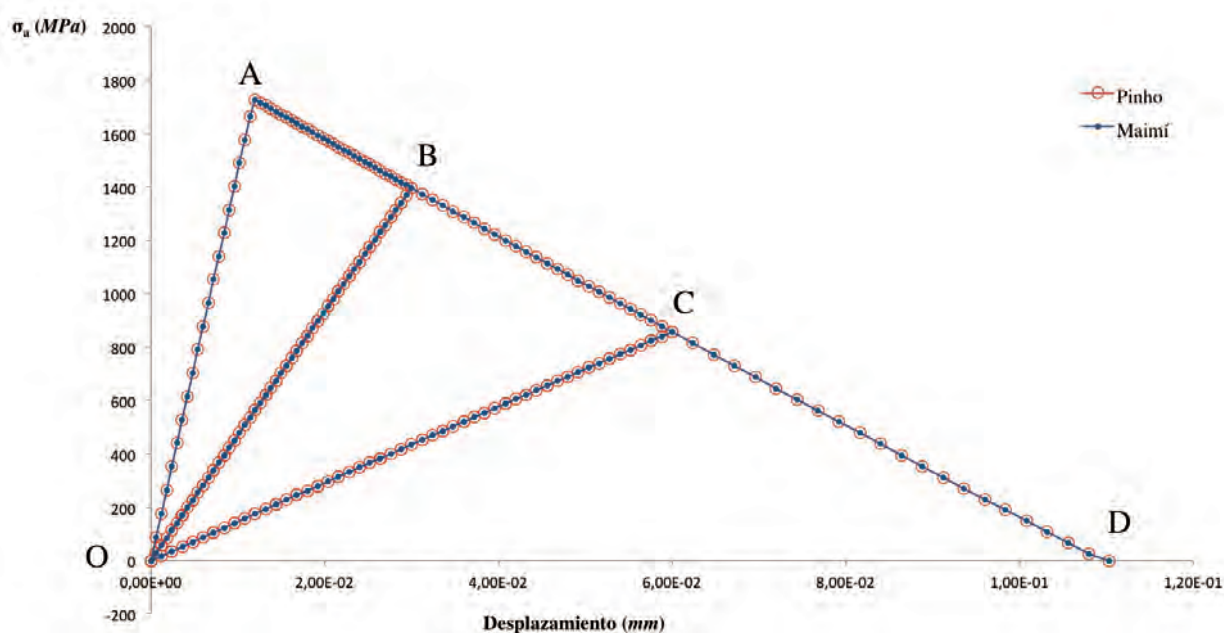


soportar un nuevo esfuerzo que provoque pequeños daños? O ¿cuál es el comportamiento elástico de una estructura tras sufrir daños? Son algunas de las cuestiones que un modelo de daño continuo podría responder. Estas cuestiones son de especial interés para la industria aeronáutica, ya que podrían establecer la tolerancia de una estructura a esfuerzos sucesivos o definir el estado crítico de una estructura que hiciera necesaria su sustitución. En este apartado se aplican desplazamientos de tal forma que provoquen daños sucesivos en el material a intervalos. Es decir, en este apartado se estudia el comportamiento de los materiales compuestos al ser cargados y descargados sucesivamente, hasta provocar el colapso total según los modelos de comportamiento estudiados.

### 5.3.1. Comportamiento en dirección de las fibras

A tracción, las propiedades mecánicas en dirección longitudinal comienzan a disminuir al alcanzar el límite a tracción de las fibras. No obstante, tal y como se ha mostrado anteriormente, esta pérdida de propiedades no es brusca sino progresiva. Tras alcanzar el fallo a tracción, se espera que el módulo de elasticidad y el límite de resistencia varíen, haciendo que, al volver a cargar el material, la recta de carga y la tensión máxima capaz de soportar el material varíen. La figura 5.5. muestra los resultados obtenidos tras aplicar varios ciclos de carga a tracción y descarga del material en dirección longitudinal. La tensión sigue la trayectoria O-A-B-O-B-C-O-C-D, ajustándose a lo esperado. En el tramo A-B se daña el material de tal forma que al descargarse el material la tensión sigue la recta B-O, definiendo así la nueva recta de carga (tramo O-B). En el tramo B-C se vuelve a dañar el material y se vuelve a descargar en tramo C-O, redefiniendo la recta de carga del material seguida en el último

Figura 5.5.  
Acumulación de daños sucesivos en simulaciones de tracción longitudinal.

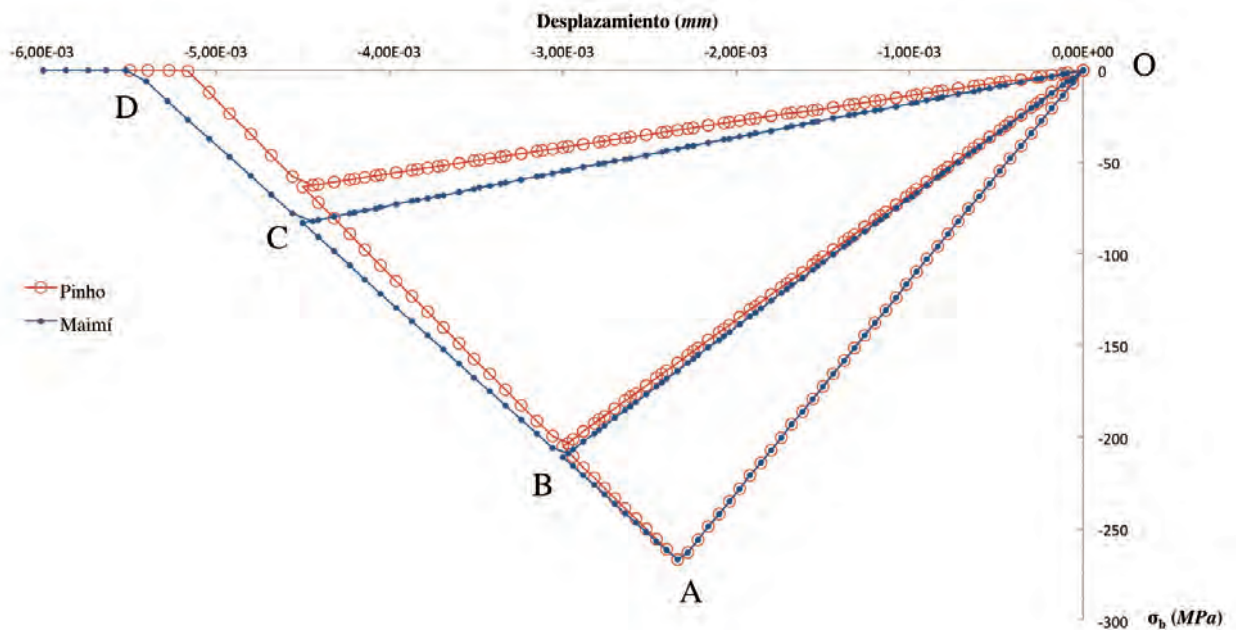


ciclo (tramo O-C-D). A compresión, el comportamiento es el mismo que a tracción. Una pérdida progresiva de propiedades, tanto del límite de resistencia a compresión como del módulo elástico.

### 5.3.2. Comportamiento en dirección perpendicular a las fibras

En dirección perpendicular a las fibras, el comportamiento esperado ante cargas sucesivas es el mismo que en sentido longitudinal. Según los modelos de daño continuo, la pérdida de propiedades mecánicas debe ser proporcional a los daños sufridos por la estructura. La figura 5.6. muestra la evolución de la tensión al aplicar varios ciclos de compresión en dirección perpendicular a las fibras. La secuencia de carga y descarga provoca una evolución de la tensión que aparece en el material siguiendo la siguiente trayectoria: O-A-B-O-B-C-O-C-D. En este caso se aprecian pequeñas variaciones al acercarse a los límites de resistencia marcados tras un fallo del material (puntos B y C), estas variaciones podrían deberse a pequeños errores numéricos.

Figura 5.6.  
Acumulación de daños sucesivos en simulaciones de compresión transversal.



## 5.4. Acumulación de daño alterno

Para completar el estudio de los modelos de daño continuo planteados por Pinho *et al.* [4] y Maimí *et al.* [5] hay que estudiar la acumulación de daños alternos. Es decir, estudiar cómo se comporta un material compuesto cuando se produce el fallo por tracción y, posteriormente, se produce el daño por compresión y al contrario, se producen daños por compresión seguidos de daños por tracción. Este estudio permitiría predecir el comportamiento de un material compuesto sometido, por ejem-

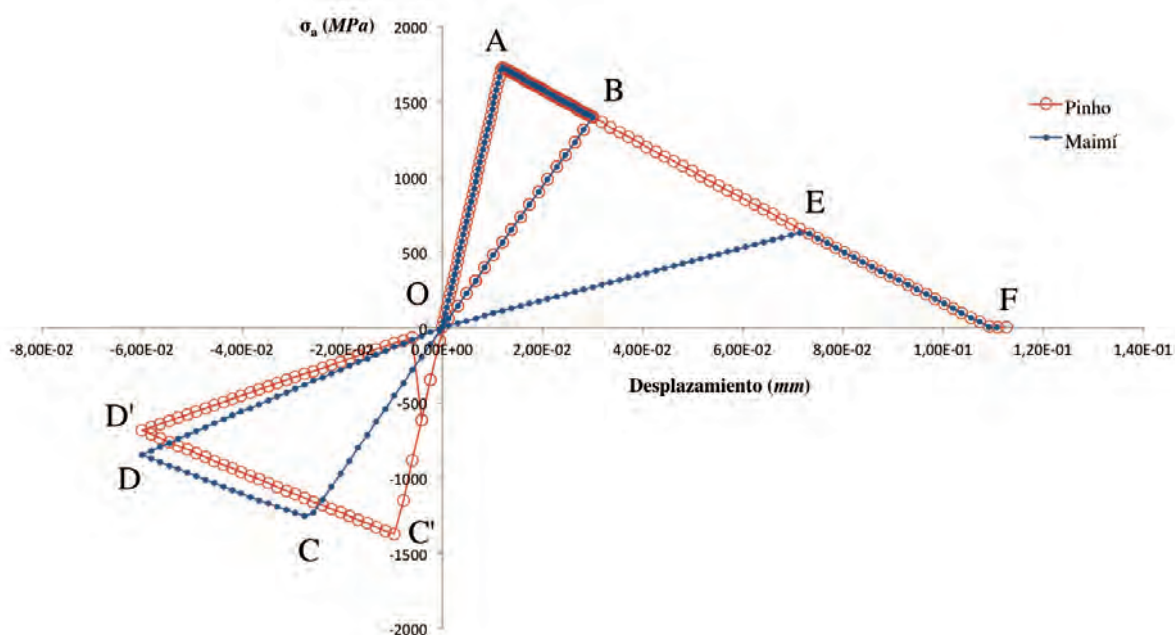
plo, a vibraciones excesivas debidas a turbulencias o problemas en el despegue o aterrizaje de un avión.

### 5.4.1. Daño alterno en dirección de las fibras

El fallo longitudinal por tracción está dominado por la rotura de las fibras, por el contrario, a compresión la resistencia del elemento que conforma la matriz define el comportamiento del material. Teniendo en cuenta esta consideración, el fallo inicial por tracción no debería disminuir la resistencia a compresión. Del mismo modo, el fallo inicial por compresión no debería disminuir la resistencia a tracción.

A continuación se aplicarán tres ciclos de desplazamientos, provocando fallos sucesivos en direcciones opuestas hasta alcanzar el colapso del material. Estos ensayos tienen como objetivo confirmar las conclusiones obtenidas anteriormente. En la figura 5.7. se muestran los efectos de provocar el fallo por tracción, seguido del fallo por compresión y seguido del colapso del material por tracción. El recorrido de la tensión empleando el modelo de Pinho *et al.* [4] es O-A-B-O-C'-D'-O-B-F, mientras que el recorrido de la tensión empleando el modelo de Maimí *et al.* [5] es O-A-B-O-C-D-O-E-F. Estos resultados destacan las diferencias entre ambos modelos, dado que la resistencia tras el fallo por compresión definida en el modelo de Pinho *et al.* [4] es muy superior a la resistencia definida por el modelo de Maimí *et al.* [5]. En esta figura puede apreciarse, además, que no en todos los casos la recta de descarga del material tras el fallo por compresión coincide con la recta de carga a tracción empleando el modelo de Maimí *et al.* [5], dado que la pendiente del tramo D-O no coincide con la del tramo O-E. Esto indica que Maimí *et al.*

Figura 5.7.  
Acumulación de daños por tracción, compresión y tracción en dirección longitudinal.



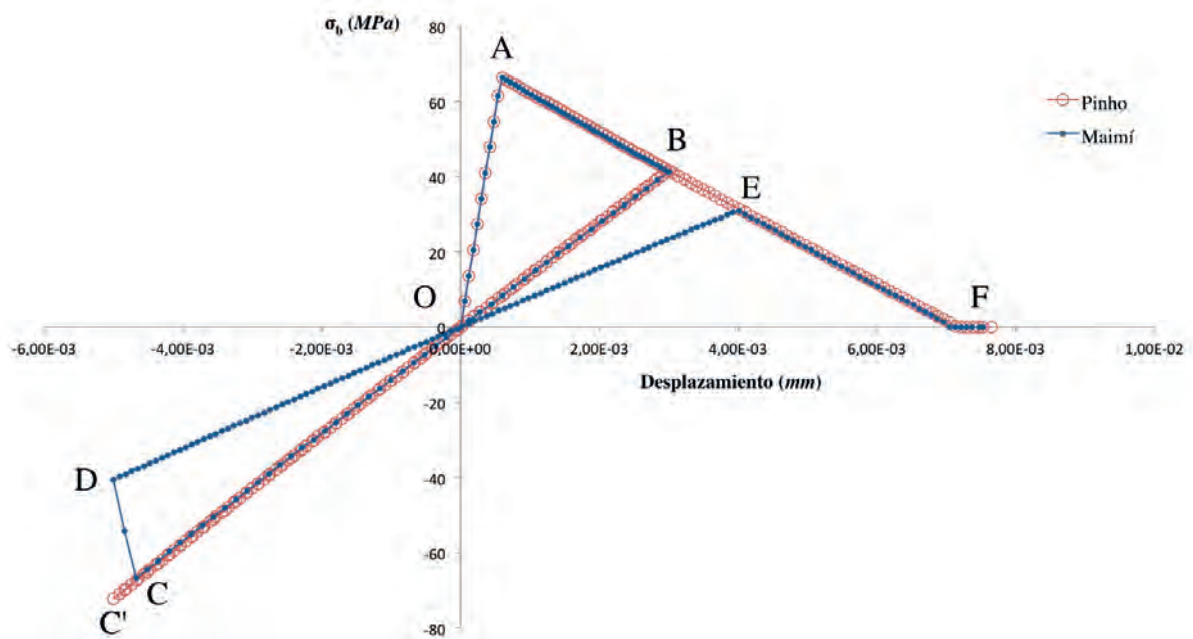
[5] sí hace alguna distinción entre el mecanismo de fallo longitudinal por compresión y por tracción.

#### 5.4.2. Daño alterno en dirección perpendicular a las fibras

En dirección transversal, el fallo siempre viene marcado por el fallo de la matriz. En estos ensayos se busca averiguar si los modelos estudiados interpretan que los fallos por tracción y por compresión siempre disminuyen la resistencia del material o si, por el contrario, el fallo por tracción no afecta al fallo por compresión. Es lógico pensar que las fisuras creadas en el fallo por tracción se cierran al comprimir el material, pudiendo no afectar a este modo de fallo. Por otro lado, las fisuras creadas durante el proceso de fallo por compresión se abrirían al traccionar el material, disminuyendo la resistencia a tracción.

La figura 5.8. muestra la evolución de la tensión al aplicar tres ciclos de desplazamientos que provoquen daños consecutivos a tracción, a compresión y por último otra vez a tracción. En el modelo de Pinho *et al.* [4] la tensión sigue el recorrido O-A-B-O-C'-O-B-F, mientras que el recorrido de la tensión en el modelo de Maimí *et al.* [5] es O-A-B-O-C-D-O-E-F. En el modelo de Pinho *et al.* [4] no se produce el fallo por compresión, por lo que al volver a traccionar el material, este se comporta como si el ciclo a compresión no se hubiera producido. A efectos del modelo, el material siempre se encuentra en régimen elástico en la zona de compresión. En el modelo de Maimí *et al.* [5] la resistencia del material disminuye progresivamente a medida que se acumulan los daños.

Figura 5.8.  
Acumulación de daños por tracción, compresión y tracción en dirección transversal.

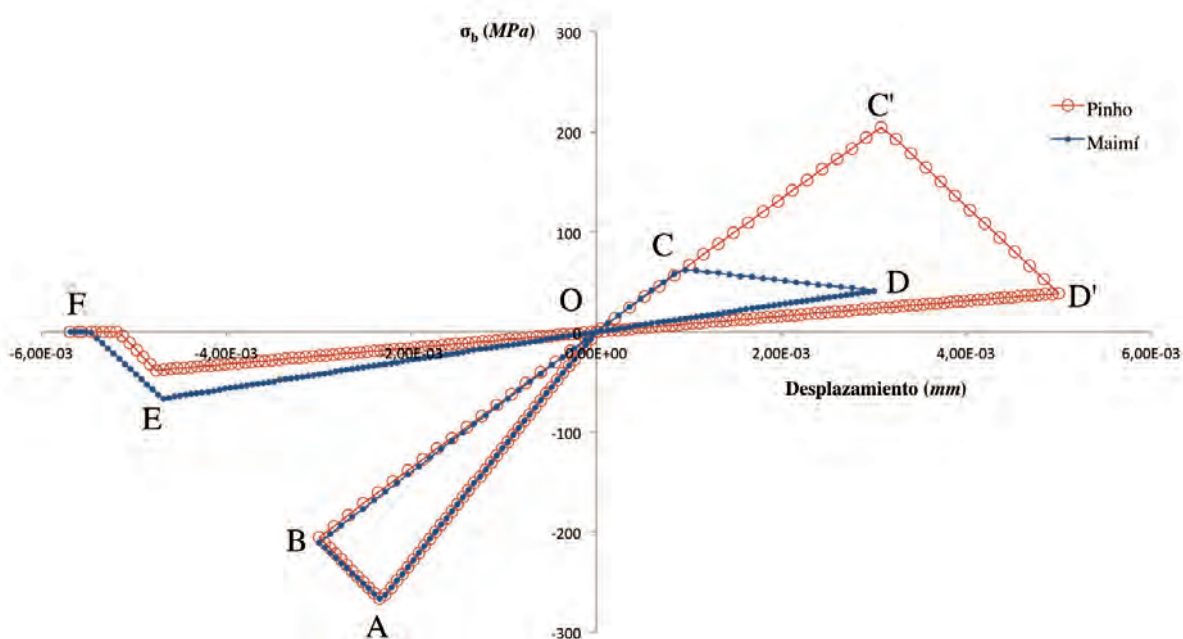




Por último, la aplicación de un ciclo de desplazamientos tales que provoquen fallos por compresión seguidos de fallos por tracción y terminando con el colapso del material a compresión en dirección transversal, ofrece la evolución de la tensión mostrada en la figura 5.9. En esta última simulación, la tensión empleando el modelo de Pinho *et al.* [4] describe la siguiente trayectoria: O-A-B-O-C'-D'-O-E-F. En el modelo de Maimí *et al.* [5], la evolución de la tensión es la siguiente: O-A-B-O-C-D-O-E-F. Las diferencias entre ambos modelos radican en que el modelo de Maimí *et al.* [5] se ajusta siempre a la envolvente formada por las curvas de daño continuo por compresión y tracción y el modelo de Pinho *et al.* [4] solo se ajusta a esta envolvente en la zona de compresión, extrapolando esta curva a la zona de tracción (el triángulo O-D'-C' es igual al triángulo O-E-B). La resistencia a tracción definida en el modelo de Pinho *et al.* [4] es muy superior a la obtenida empleando el modelo de Maimí *et al.* [5]. Estos resultados hacen pensar que la utilización de una única variable de daño para definir el fallo en la matriz ofrece peores resultados que si se emplean dos variables, una para el daño a tracción y otra para el daño a compresión.

Figura 5.9.

Acumulación de daños por compresión, tracción y compresión en dirección transversal.



## 5.5. Conclusiones

En este capítulo se ha estudiado y tratado de reflejar las diferencias entre los modelos de daño continuo desarrollados por Pinho *et al.* [4] y Maimí *et al.* [5], según los resultados obtenidos de la implementación de estos modelos en LS-Dyna.

En un estado de tracción longitudinal, el comportamiento descrito en





ambos modelos es idéntico. Por otro lado, a compresión longitudinal la evolución del daño descrita por el modelo de Pinho *et al.* [4] es algo más conservadora. Además puede apreciarse cómo ambos modelos marcan el mismo límite de resistencia tanto a tracción como a compresión. Por otro lado, tras producirse el fallo inicial por tracción o por compresión, la resistencia en dirección de las fibras siempre se ve afectada en el modelo de Maimí *et al.* [5], por lo que ofrece unos resultados más conservadores tanto a tracción como a compresión. Pinho *et al.* [4] evalúan de forma independiente el fallo por tracción del fallo por compresión en la dirección de las fibras, mientras que Maimí *et al.* [5] analizan el material como un conjunto en el que cualquier daño afecta a la resistencia global del mismo.

En dirección transversal, las diferencias más destacadas han sido los límites marcados por ambos modelos tras un fallo inicial. En el modelo de Pinho *et al.* [4] la resistencia a tracción se ve favorecida por el fallo por compresión y el régimen elástico en compresión se hace ilimitado tras el fallo por tracción.

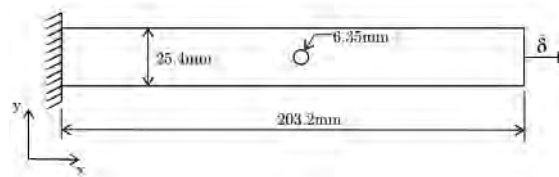


## Capítulo 6: Validación

### 6.1. Introducción

En este capítulo se presentan los resultados experimentales obtenidos a modo de validación de los modelos estudiados. Ambos modelos son validados comparando los resultados de las cargas necesarias para provocar el fallo en laminados cuasi isótropos, con un agujero central y cargados a tracción, con los correspondientes resultados experimentales. Los datos experimentales proceden de los ensayos de tracción realizados por Tan (1991) [7] en una placa con un agujero en el centro (figura 6.1.). El material empleado es fibra de carbono con matriz de epoxi T300/1034-C con un espesor nominal de cada lámina de 0,1308 mm. Las propiedades de este material se resumen en la tabla 4.1. En total se han realizado tres simulaciones con cada modelo aplicando un desplazamiento de 2.000 mm/min en las siguientes secuencias de apilamiento:  $[0/(\pm 45)_3/90_3]_S$ ,  $[0/(\pm 45)_2/90_5]_S$  y  $[0/\pm 45/90_7]_S$ .

Figura 6.1.  
Configuración del ensayo de validación.



Para el modelo de elementos finitos se han empleado elementos tipo Shell con cuatro nodos y un punto de integración para cada una de las láminas. De esta forma, el daño es uniforme a lo largo del espesor de cada lámina. Basándose en los ensayos realizados en el capítulo anterior, el tamaño de elemento máximo que satisface las restricciones dadas por ambos modelos es de 0,2 mm. No obstante, con el objetivo de optimizar el tiempo de simulación, se ha realizado un mallado de la estructura con tamaños de elemento creciente con la distancia al centro del agujero en la dirección en la que esta es traccionada (dirección X según la figura 6.1.). De esta forma se obtiene un mallado muy fino en la zona de fractura de la estructura y muy grueso en las zonas más alejadas de las zonas en las que se producen concentraciones de tensiones. El resultado de aplicar esta metodología se refleja en la figura 6.2. El número de elementos totales empleados para realizar las simulaciones ha sido de 3.795, con un total de 75.900 puntos de integración.

En la figura 6.3. se muestran las energías interna y cinética de la placa durante una de las simulaciones realizadas. La energía interna es mucho mayor que la energía cinética durante el transcurso de la simulación hasta el momento en el que se produce el fallo total de la placa. Esta gráfica nos asegura que los efectos inerciales son despreciables y los resultados pueden compararse con los resultados experimentales pese a

que las condiciones de contorno no sean las mismas, dado que estos fueron realizados con una velocidad de desplazamiento de 2 mm/min.

Figura 6.2.  
Mallado empleado en ensayos de validación.

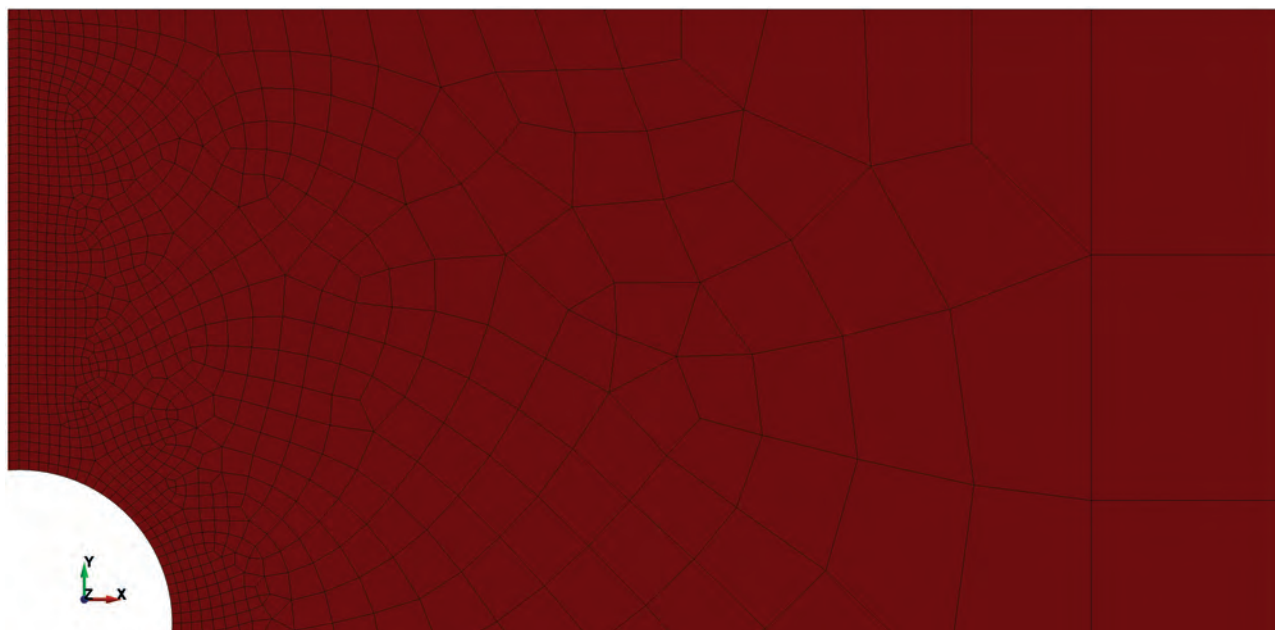
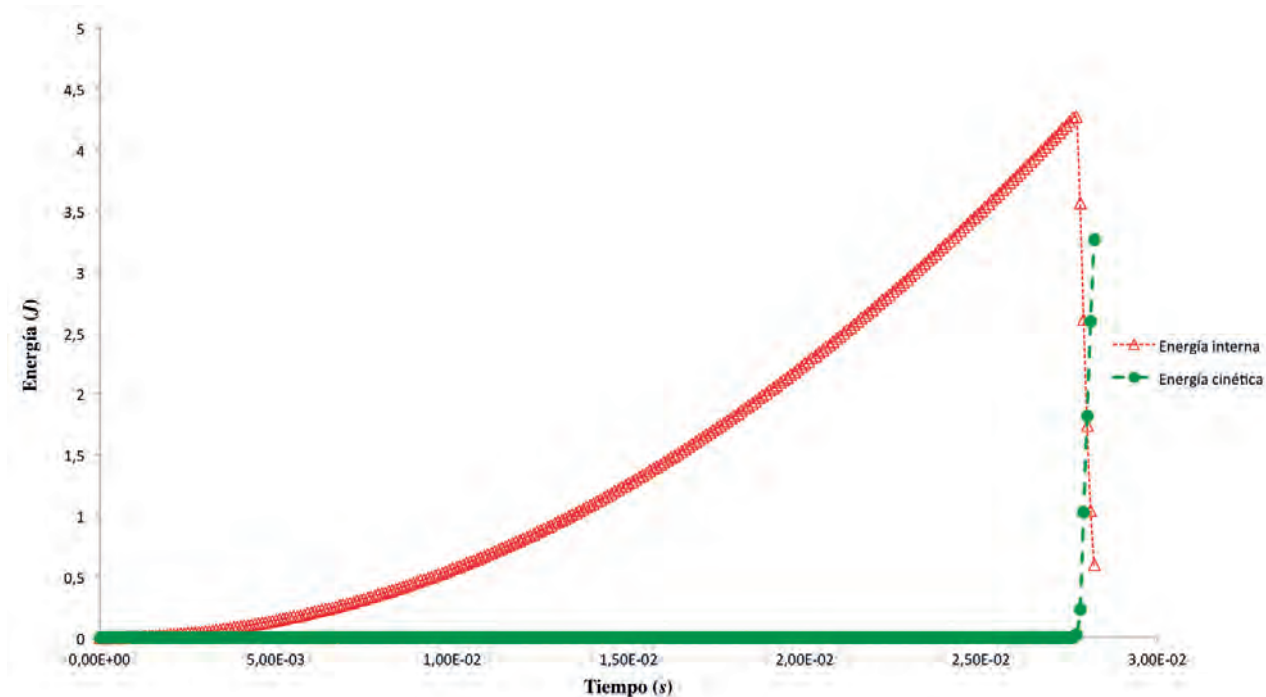


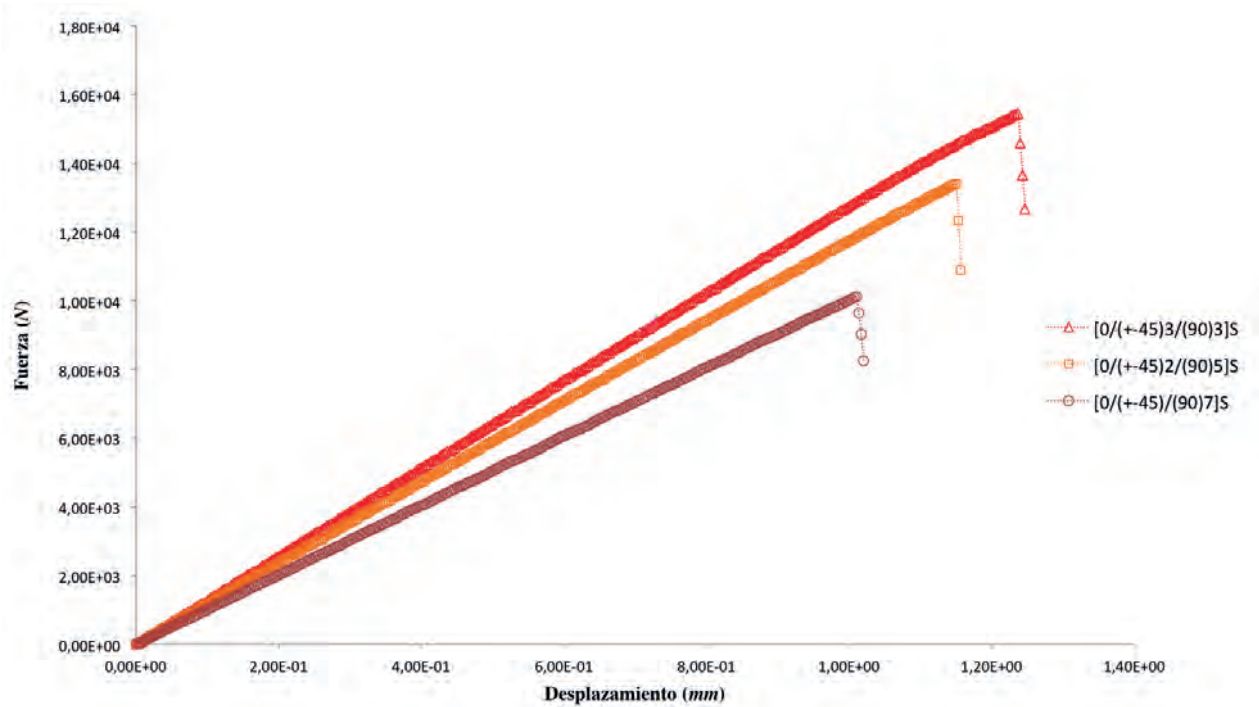
Figura 6.3.  
Energías interna y cinética de la placa durante el tiempo de simulación.



## 6.2. Validación de modelos

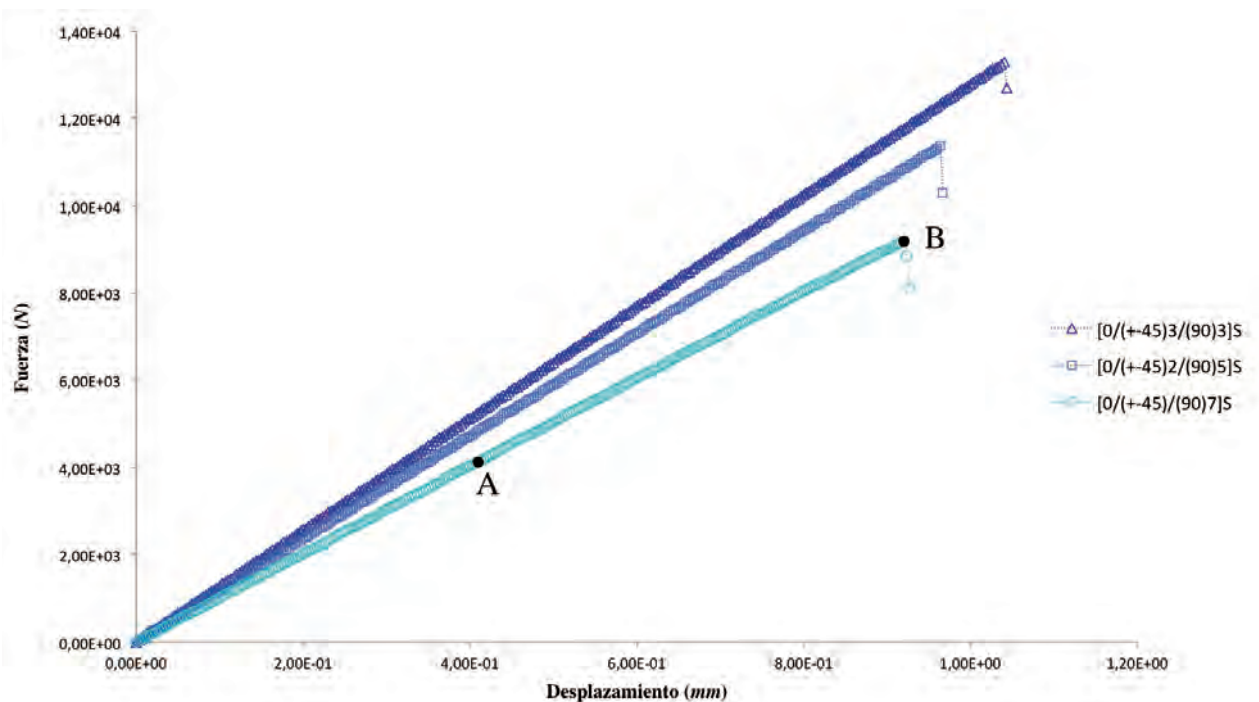
Los resultados de la fuerza que aparece en los nodos empotrados frente al desplazamiento aplicado en la parte opuesta de la placa, empleando el modelo propuesto por Pinho *et al.* [4], se reflejan en la figura 6.4. En

Figura 6.4.  
Relación fuerza-desplazamiento empleando el modelo propuesto por Pinho.



esta figura se observa cómo la rigidez de la estructura aumenta a medida que se reduce el número de láminas a  $90^\circ$ . De la misma forma, la resistencia del laminado se reduce debido a que la resistencia de las láminas colocadas a  $90^\circ$  es menor que la resistencia de las láminas orientadas a  $\pm 45^\circ$ . Por otro lado, los resultados de la fuerza resultante frente al desplazamiento aplicado empleando el modelo propuesto por Maimí *et al.* [5] se reflejan en la figura 6.5. En esta figura se muestran las rectas de

Figura 6.5.  
Relación fuerza-desplazamiento empleando el modelo propuesto por Maimí.



carga correspondientes a los distintos laminados, siendo las pendientes de las mismas de igual valor que las pendientes de las rectas de carga obtenidas en el modelo de Pinho *et al.* [4]. Las diferencias entre los modelos se reflejan en el momento en que se produce la fractura del material. En todos los casos planteados el modelo propuesto por Maimí *et al.* [5] es más conservador que el modelo planteado por Pinho *et al.* [4], apreciándose una diferencia a la hora de predecir el fallo de la estructura de un 10-15% aproximadamente.

En la tabla 6.1. se muestran los resultados experimentales obtenidos por Tan (1991) [7] y las tensiones resultantes en el momento de fallo obtenidas mediante el método de los elementos finitos. Estas tensiones se han calculado empleando la carga en el momento de fallo y la sección del espécimen de ensayo. Las previsiones de las cargas que provocan la fractura del material se corresponden con las obtenidas experimentalmente. A la vista de los resultados, el modelo propuesto por Pinho *et al.* [4] ofrece unos resultados más aproximados a los datos experimentales. Por otro lado, el modelo propuesto por Maimí *et al.* [5] ofrece unos resultados muy conservadores.

Tabla 6.1.  
Tensiones de fractura ensayo de validación (MPa).

Laminado	Experimental	Pinho	Error (%)	Maimí	Error (%)
$[0/(\pm 45)_3/90_3]_S$	235,8	232,6	-1,4	200,0	-15,2
$[0/(\pm 45)_2/90_5]_S$	185,8	201,8	8,6	171,1	-7,9
$[0/\pm 45/90_7]_S$	160,0	152,3	-4,8	139,2	-13,0

### 6.3. Análisis del proceso de fractura

Gracias a los datos ofrecidos por la simulación numérica, puede analizarse en detalle el proceso de fallo del laminado empleado en las simulaciones. En este apartado se analiza el proceso de fractura del laminado  $[0/\pm 45/90_7]_S$  empleando el modelo propuesto por Maimí *et al.* [5]. En las figuras 6.6. y 6.7. (que aparecen enfrentadas en las páginas 66 y 67) se muestran las tensiones en la dirección en la que se aplica el desplazamiento en la placa un instante antes de producirse el fallo de las láminas a 90° y un instante después de producirse este fallo. El fallo de las láminas a 90° se produce por el fallo de la matriz al alcanzar el límite de resistencia transversal a tracción. Esto puede observarse en la figura 6.6.d), en la que la tensión máxima previa al fallo es de 65 MPa. Tras el fallo de las láminas a 90°, se produce un aumento brusco en la tensión soportada por el resto de láminas, sobre todo en las láminas a 0° (figura 6.7.a)). El instante en el que se inicia el fallo de las láminas a 90° se corresponde con el punto “A” de la figura 6.5.

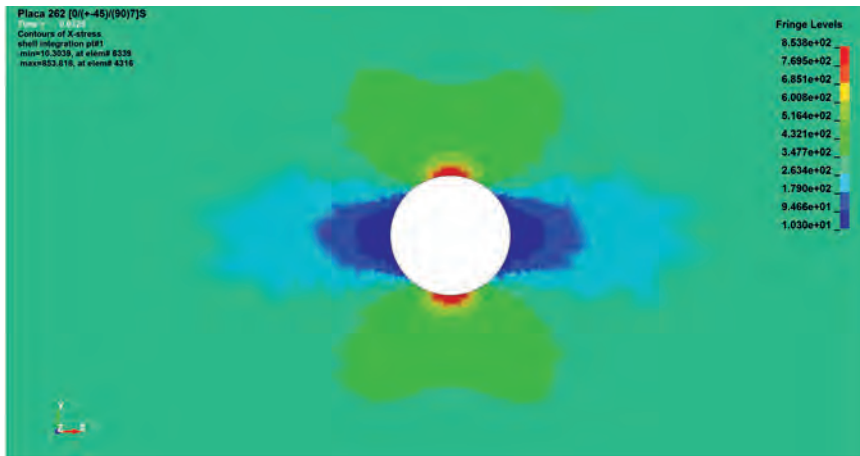




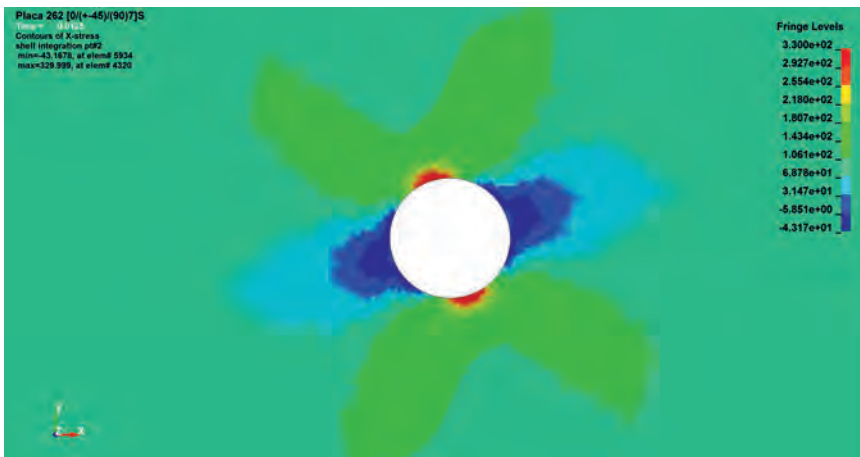
Una vez iniciado el daño en las láminas a  $90^\circ$ , este aumenta a medida que se incrementa el desplazamiento aplicado. No obstante, el resto de láminas a  $45^\circ$ ,  $-45^\circ$  y  $0^\circ$  siguen resistiendo y la placa no se rompe. El fallo total se alcanza cuando la tensión en las láminas a  $0^\circ$  alcanza el límite de resistencia longitudinal a tracción (punto “B” de la figura 6.5.).

La figura 6.8. muestra el daño en la matriz en el instante previo a la fractura total de la placa. Dado que el valor del daño evoluciona desde 0 (cuando no existe daño) hasta 1 (cuando el material está totalmente dañado) en la figura 6.9. se aprecia cómo todas las láminas, menos las que están a  $0^\circ$ , se encuentran totalmente dañadas en la zona en la que se produce la fractura de la placa. En la figura 6.9. se muestran la tensión previa al fallo total de la placa y el daño de las fibras en las láminas a  $0^\circ$ .

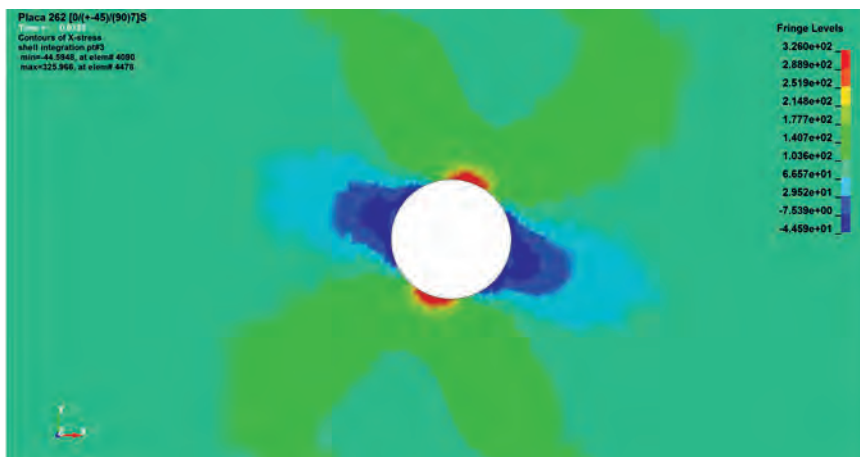
Figura 6.6.  
Tensión en el instante previo al inicio del fallo en las láminas a 90°.



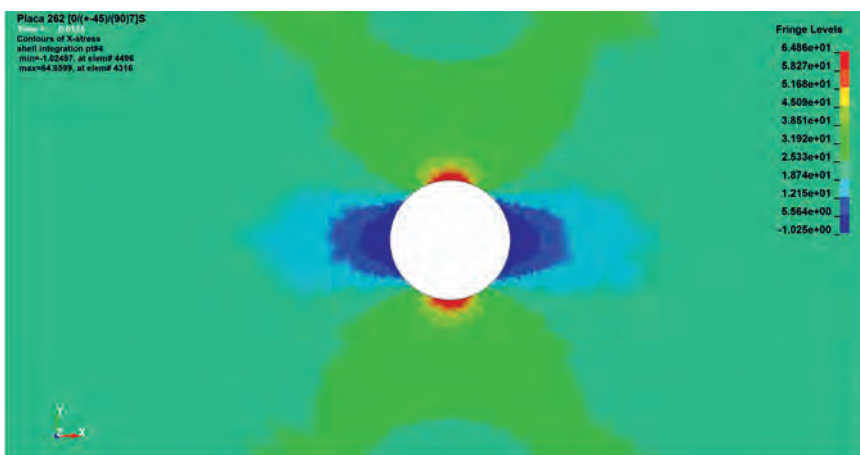
a) Láminas a 0°.



b) Láminas a +45°.



c) Láminas a -45°.

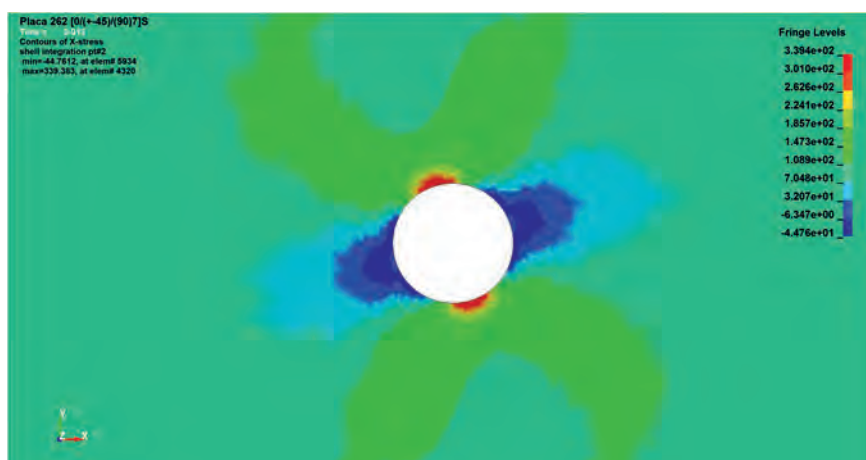


d) Láminas a 90°.

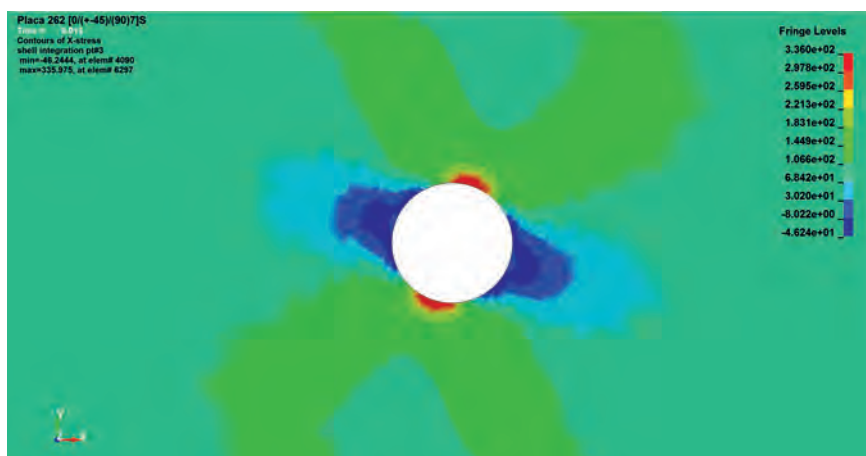
Figura 6.7.  
Tensión en el inicio del fallo en las láminas a 90°.



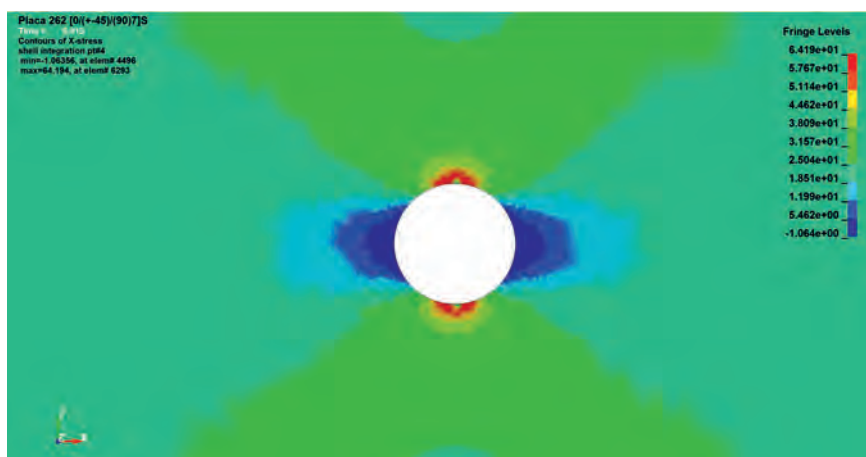
a) Láminas a 0°.



b) Láminas a +45°.



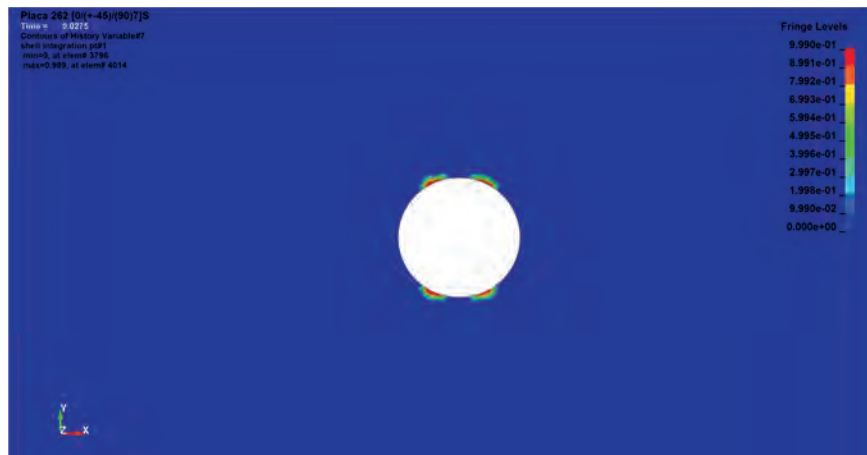
c) Láminas a -45°.



d) Láminas a 90°.

Figura 6.8.

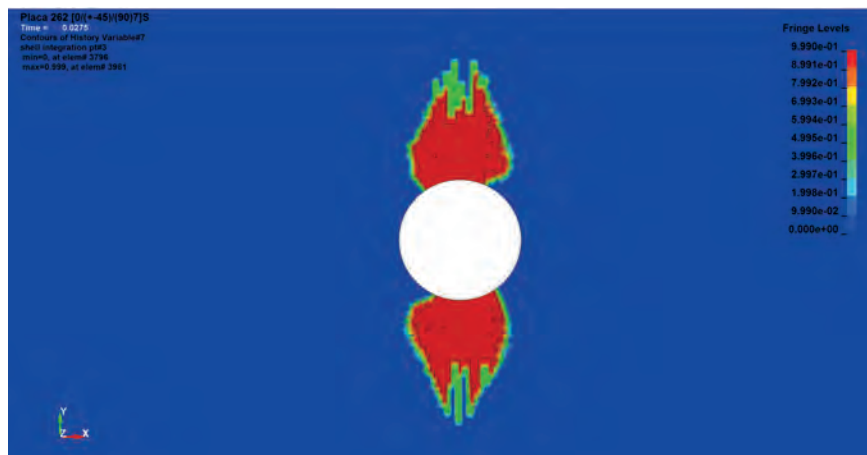
Daño en la matriz en el instante previo a la rotura de la placa.



a) Láminas a 0°.



b) Láminas a +45°.

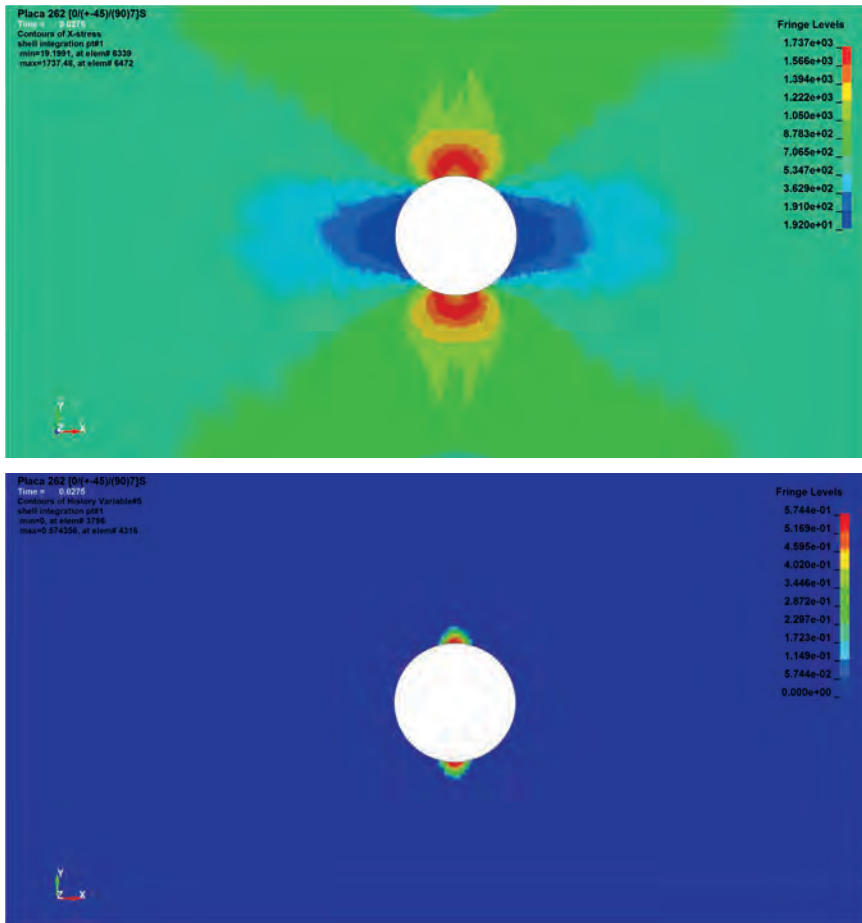


c) Láminas a -45°.



d) Láminas a 90°.

Figura 6.9.  
Láminas a 0° en el instante previo a la rotura de la placa.



a) Tensión.

b) Daño en fibras.







# Capítulo 7: Conclusiones y trabajo futuro

## 7.1. Introducción

En este proyecto se han estudiado dos modelos de daño continuo para materiales compuestos de fibras largas, el modelo de comportamientos propuesto por Pinho *et al.* [4] y el propuesto por Maimí *et al.* [5]. Para ello se han implementado las superficies de fallo propuestas por ambos autores en un código numérico. Además se ha empleado un código de elementos finitos para realizar un estudio en profundidad de la evolución del daño, además ambos modelos han sido comparados con resultados experimentales para comprobar su fiabilidad y capacidad de predicción. En este capítulo se desarrollan las principales conclusiones obtenidas de estos estudios.

## 7.2. Conclusiones

En relación con la predicción de las superficies de fallo, las principales conclusiones obtenidas son:

- Pinho *et al.* [4] y Maimí *et al.* [5] describen los mismos mecanismos de fallo para materiales compuestos reforzados con fibras unidireccionales.
- El cálculo de los límites de resistencia transversales a compresión es más restrictivo en el modelo propuesto por Pinho *et al.* [4] debido a que este tiene en cuenta el ángulo del plano de fractura en cada estado tensional. En el modelo propuesto por Maimí *et al.* [5] este ángulo queda limitado a dos valores posibles:  $0^\circ$  y  $53^\circ$ .
- Ambos modelos analizan el fenómeno de “fibre kinking” de formas muy similares.
- En general, el modelo propuesto por Pinho *et al.* [4] es más restrictivo.

En cuanto a la evolución del daño sufrido por el material, las conclusiones alcanzadas tras el estudio detallado en el capítulo 5 son:

- Ambos modelos se basan en la energía que es capaz de absorber el material durante el proceso de fractura.
- La evolución del daño sufrido por el material en ciclos sucesivos de tracción o compresión es similar en ambos modelos.
- En ciclos alternos de compresión y tracción, las diferencias entre ambos modelos se acentúan. En dirección de las fibras el modelo

de Pinho *et al.* [4] considera que el daño por compresión es independiente del daño por tracción y viceversa, mientras que en el modelo de Maimí *et al.* [5] el fallo por compresión afecta a la resistencia a tracción del material y viceversa. Además, los resultados obtenidos en dirección perpendicular a las fibras en el modelo de Pinho *et al.* [4] muestran un aumento de la resistencia del material tras el fallo inicial, mientras que en el modelo de Maimí *et al.* [5] un fallo en la matriz siempre provoca una disminución de la tensión que es capaz de soportar el material.

En la validación de los modelos se ha comprobado cómo ambos son capaces de predecir de forma precisa la resistencia de laminados con diferentes secuencias de apilado. A pesar de las diferencias observadas en estados de carga alternos (compresión-tracción, tracción-compresión) entre ambos modelos, la predicción de la fuerza en la que se produce el fallo del laminado es menor al 15%, debido a que la carga se aplica de manera continua hasta el colapso.

### 7.3. Trabajos futuros

El estudio de los modelos de fallo continuo permite predecir la resistencia última de una estructura realizada empleando materiales compuestos. En este trabajo se han analizado las diferencias entre dos de estos modelos, destacando sus diferencias y limitaciones. Siguiendo esta línea de estudio, se proponen los siguientes trabajos:

- Análisis de las superficies de fallo aplicando estados de carga tridimensionales. Los modelos propuestos por Pinho *et al.* [4] y Maimí *et al.* [5] plantean modos y criterios de fallo empleando todas las componentes del tensor de tensiones y teniendo en cuenta distintas combinaciones de estas. En este trabajo se han estudiado únicamente combinaciones de dos de estas componentes, por lo que un estudio tridimensional completaría la descripción y comparación de los modelos.
- Para la evolución del daño sufrido por un material compuesto se emplean las denominadas funciones de fallo. Estas funciones condicionan en gran medida los resultados obtenidos, tal y como se muestra en el capítulo 5. Para comprender los resultados obtenidos en el capítulo 5 se plantea un estudio detallado de las funciones de activación y evolución del daño.
- Los materiales compuestos, además de los modos de fallo descritos en este trabajo, presentan modos de fallo interlaminares. Debido a este factor, se propone extender el estudio incluyendo el fallo interlaminar o deslaminación.



# Anexo I: Cálculo de las superficies de fallo

## 1. Introducción

Los modelos de comportamiento planteados por Pinho *et al.* [4] y Maimí *et al.* [5] se pueden implementar, en parte, en programas de cálculo matemático. En este anexo se presentan las funciones definidas para obtener las superficies de fallo empleando las ecuaciones descritas en los modelos. En concreto, las funciones han sido desarrolladas utilizando MATLAB.

## 2. Modelo de Pinho

### 2.1. Fallo transversal por compresión

```
function[FallosMC]=FalloMatrizCompresion261(Yc,S1)

ut=-1/(tand(2*53));
St=Yc/(2*tand(53));
ul=S1*ut/St;

p=1;
a=1*10^7;
b=1*10^5;
l=-1*10^-3;
m=1*10^-3;

for Sigb=-Yc:a:0
    Taumenor=1.5*S1;
    for Fi=0:1:60
        for Tauab=0:b:1.5*S1
            Sign=(Sigb/2)+(Sigb/2)*cosd(2*Fi);
            Taut=-(Sigb/2)*sind(2*Fi);
            Taul=Tauab*cosd(Fi);
            Fmc=(Taut/(St-ut*Sign))^2+(Taul/(S1-ul*Sign))^2-1;
            if l<=Fmc
                if Fmc<=m
                    if Tauab<=Taumenor
                        FallosMC(p,1)=Sigb;
                        FallosMC(p,2)=Tauab;
                        FallosMC(p,3)=Fi;
                        Taumenor=Tauab;
                    end
                end
            end
        end
    end
end
```



```

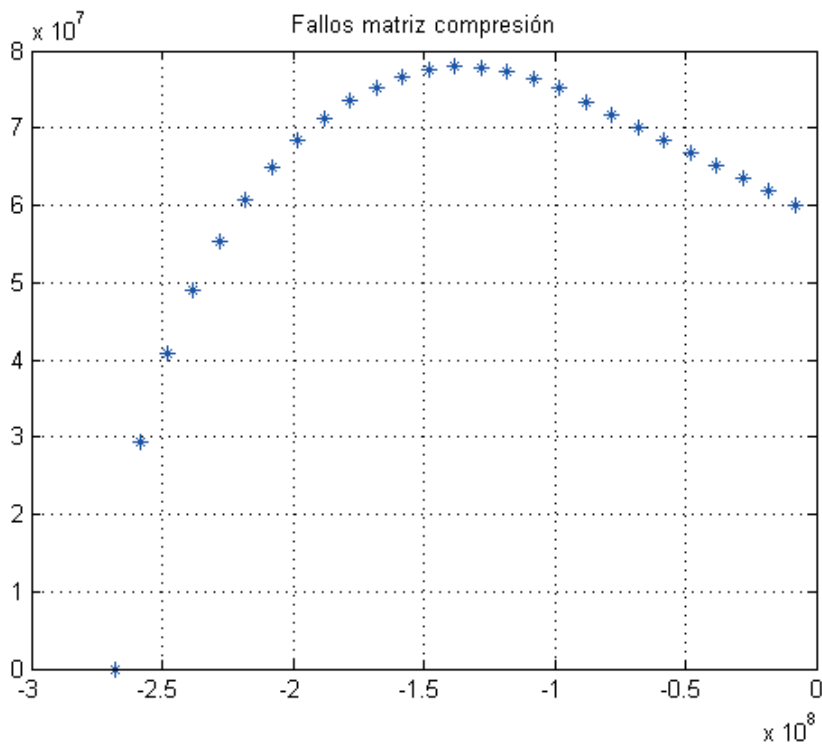
end
end
end
end
end
p=p+1;
end

xmc=FallosMC(:,1);
ymc=FallosMC(:,2);
plot(xmc,ymc,'*'), title ('Fallos matriz compresión')
grid
end

```

Figura A1.1.

Gráfica representativa del fallo transversal por compresión aplicando las ecuaciones del modelo de Pinho.



## 2.2. Fallo transversal por tracción

```
function[FallosMT]=FalloMatrizTraccion261(Yc,Sl,Yt)
```

```
St=Yc/(2*tand(53));
```

```
p=1;
```

```
a=1*10^6;
```

```
b=1*10^5;
```

```
l=-1*10^-3;
```

```
m=1*10^-3;
```

```
for Sigb=0:a:Yt
```



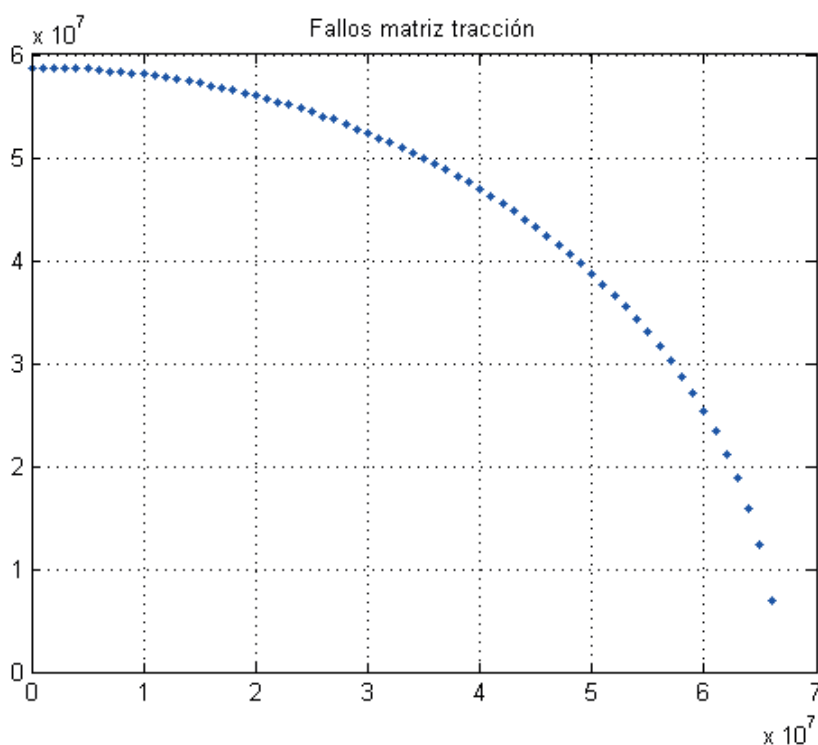
```

Taumenor=S1;
for Fi=0:1:10
    for Tauab=0:b:S1
        Sign=(Sigb/2)+(Sigb/2)*cosd(2*Fi);
        Taut=-(Sigb/2)*sind(2*Fi);
        Taul=Tauab*cosd(Fi);
        Fmt=(Sign/Yt)^2+(Taut/St)^2+(Taul/S1)^2-1;
        if l<=Fmt
            if Fmt<=m
                if Tauab<=Taumenor
                    FallosMT(p,1)=Sigb;
                    FallosMT(p,2)=Tauab;
                    FallosMT(p,3)=Fi;
                    Taumenor=Tauab;
                end
            end
        end
    end
    p=p+1;
end

xmt=FallosMT(:,1);
ymt=FallosMT(:,2);
plot(xmt,ymt,'.'), title ('Fallos matriz tracción')
grid
end

```

Figura AI.2.  
Gráfica representativa del fallo transversal por tracción aplicando las ecuaciones del modelo de Pinho.





### 2.3. Fallo longitudinal por compresión

```
function[FallosFC]=FalloFibrasCompresion261(Xc,Yt,Yc,Sl,Gab)

ut=-1/(tand(2*53));
St=Yc/(2*tand(53));
ul=Sl*ut/St;
Zetac=atan((1-(1-4*((Sl/Xc)+ul)*Sl/Xc)^0.5)/(2*((Sl/Xc)+ul)));
Gammamc=Zetac*Xc/Gab;
Zetai=Zetac-Gammamc;

p=1;
a=1*10^8;
b=1*10^5;
l=-1*10^-2;
m=1*10^-2;

for Siga=-Xc:a:0
    Taumenor=Sl;
    for Fi=0:1:10
        for Tauab=0:b:Sl
            Gammam=(Zetai*Gab+Tauab)/(Gab+Siga)-Zetai;
            Zeta=Zetai + Gammam;
            Sigam=Siga*(1+cos(2*Zeta))/2+Tauab*sin(2*Zeta);
            Sigbm=Siga-Sigam;
            Tauabm=-Siga*(sin(2*Zeta))/2+Tauab*cos(2*Zeta);
            Sign=(Sigbm/2)+(Sigbm/2)*cosd(2*Fi);
            Taut=-(Sigbm/2)*sind(2*Fi);
            Taul=Tauabm*cosd(Fi);
            if Sigbm<=0
                Ffc=(Taut/(St-ut*Sign))^2+(Taul/(Sl-ul*Sign))^2-1;
            else
                Ffc=(Sign/Yt)^2+(Taut/St)^2+(Taul/Sl)^2-1;
            end
            if l<=Ffc
                if Ffc<=m
                    if Tauab<=Taumenor
                        FallosFC(p,1)=Siga;
                        FallosFC(p,2)=Tauab;
                        Taumenor=Tauab;
                    end
                end
            end
            p=p+1;
        end
    end

xfc=FallosFC(:,1);
yfc=FallosFC(:,2);
```



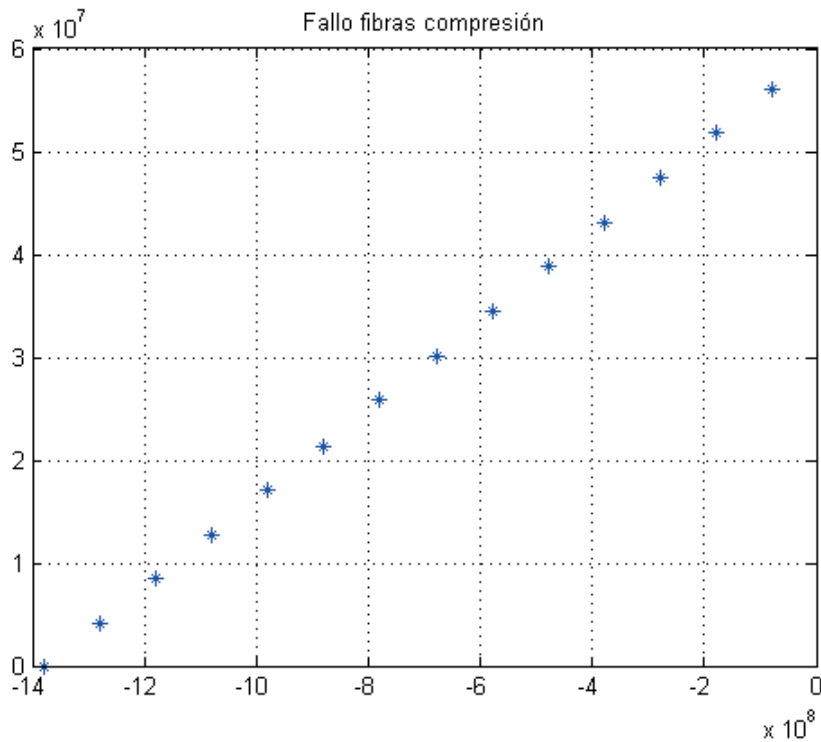


```
plot(xfc,yfc,'*'), title ('Fallo fibras compresión')
grid

end
```

Figura AI.3.

Gráfica representativa del fallo longitudinal por compresión aplicando las ecuaciones del modelo de Pinho.



### 3. Modelo de Maimí

#### 3.1. Fallo transversal por compresión

```
function[FallosMC]=FalloMatrizCompresion262(Sl,Yc)

St=Yc*cosd(53)*(sind(53)+cosd(53)/tand(2*53));
ut=-1/tand(2*53);
ul=-Sl*cosd(2*53)/(Yc*(cosd(53))^2);

a=1*10^7;
b=1*10^5;
m=-1*10^-3;
l=1*10^-3;
p=1;

for Sigb=-Yc:a:0
    Sigmamenor1=1.5*Sl;
    Sigmamenor2=1.5*Sl;
    FallosMC1(p,1)=0;
```



```
FallosMC1(p,2)=0;
FallosMC1(p,3)=0;
for Tauab=0:b:1.5*S1
    Fi=atan(-Tauab/(Sigb*sind(53)));
    Tautef=-Sigb*cosd(53)*(sind(53)-ut*cosd(53)*cos(Fi));
    Taulef=cosd(53)*(Tauab+ul*Sigb*cosd(53)*sin(Fi));
    Fmc1=((Tautef/St)^2+(Taulef/S1)^2)^0.5-1;
    Fmc2=(Tauab+ul*Sigb)/S1-1;

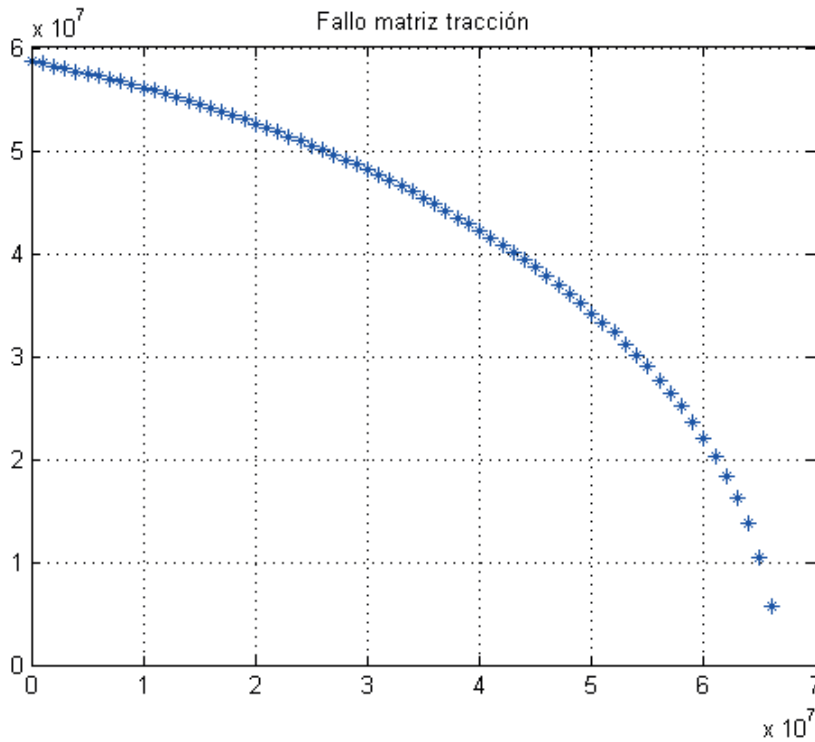
    if m<=Fmc1
        if Fmc1<=1
            if Tauab<=Sigmamenor1
                FallosMC1(p,1)=Sigb;
                FallosMC1(p,2)=Tauab;
                FallosMC1(p,3)=53;
                Sigmamenor1=Tauab;
            end
        end
    end
    if m<=Fmc2
        if Fmc2<=1
            if Tauab<=Sigmamenor2
                FallosMC2(p,1)=Sigb;
                FallosMC2(p,2)=Tauab;
                FallosMC2(p,3)=0;
                Sigmamenor2=Tauab;
            end
        end
    end
    if Sigmamenor1<=Sigmamenor2
        FallosMC(p,:)=FallosMC1(p,:);
    else
        FallosMC(p,:)=FallosMC2(p,:);
    end
end
p=p+1;
end

x=FallosMC(:,1);
y=FallosMC(:,2);
plot(x,y,'*'), title ('Fallos matriz compresión')
grid
end
```



Figura AI.4.

Gráfica representativa del fallo transversal por compresión aplicando las ecuaciones del modelo de Maimí.



### 3.2. Fallo transversal por tracción

```
function[FallosMT]=FalloMatrizTraccion262(Sl,Yt,GIIC,GIc)

g=GIc/GIIC;

a=1*10^6;
b=1*10^5;
m=-1*10^-3;
l=1*10^-3;
p=1;

for Sigb=0:a:Yt
    Sigmamenor=Sl;
    for Tauab=0:b:Sl
        Fmt=((1-g)*Sigb/Yt+g*(Sigb/Yt)^2+(Tauab/Sl)^2)^0.5 - 1;
        if m<=Fmt
            if Fmt<=1
                if Tauab<=Sigmamenor
                    FallosMT(p,1)=Sigb;
                    FallosMT(p,2)=Tauab;
                    Sigmamenor=Tauab;
                end
            end
        end
    end
end
```



```

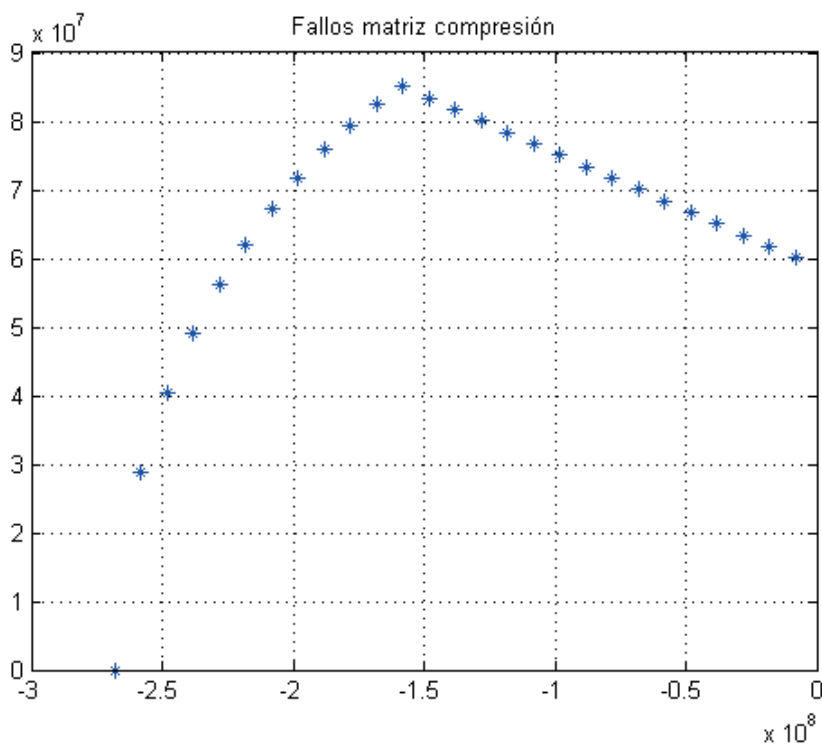
end
p=p+1;
end

x=FallosMT(:,1);
y=FallosMT(:,2);
plot(x,y,'*'),title('Fallo matriz tracción')
grid
end

```

Figura AI.5.

Gráfica representativa del fallo transversal por tracción aplicando las ecuaciones del modelo de Maimí.



### 3.3. Fallo longitudinal por compresión

```

function[FallosFC]=FalloFibrasCompresion262(Xc,Yc,S1)

ul=-S1*cosd(2*53)/(Yc*(cosd(53))^2);
Zetac=atan((1-(1-4*((S1/Xc)+ul)*S1/Xc)^0.5)/(2*((S1/Xc)+ul)));

a=1*10^8;
b=1*10^5;
m=-1*10^-3;
l=1*10^-3;
p=1;

for Siga=-Xc:a:0
    Taumenor=S1;
    for Tauab=0:b:S1

```



```

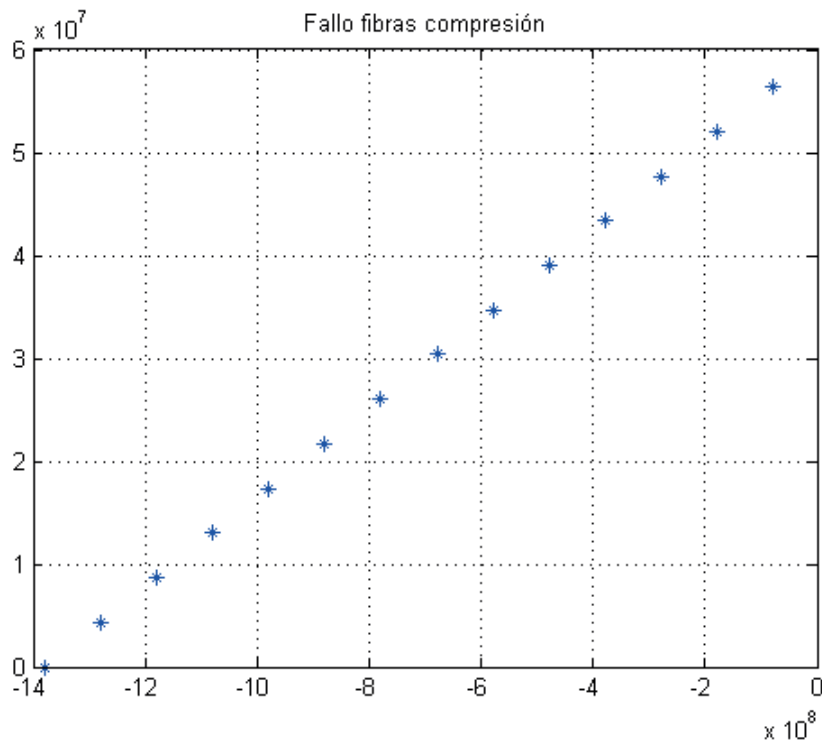
    Sigbm=Sig*(sin(Zetac))^2-2*(Tauab)*sin(Zetac)*cos(Zetac);
    Tauabm=-Sig*(sin(Zetac))*cos(Zetac)+ Tauab*((cos(Zetac))^2)-
(sin(Zetac))^2);
    Ffc=(Tauabm+ul*Sigbm)/Sl-1;
    if m<=Ffc
    if Ffc<=1
    if Tauab<=Taumenor
        FallosFC(p,1)=Sig;
        FallosFC(p,2)=Tauab;
        Sigmenor=Tauab;
    end
    end
    end
    end
    p=p+1;
end

x=FallosFC(:,1);
y=FallosFC(:,2);
plot(x,y,'*'), title('Fallo fibras compresión')
grid
end

```

Figura AI.6.

Gráfica representativa del fallo longitudinal por compresión aplicando las ecuaciones del modelo de Maimí.









## Anexo II: LS-Dyna material cards

En este anexo se presenta un resumen del “keyword” empleado en LS-Dyna para obtener los resultados presentados en este trabajo.

```

$# LS-DYNA Keyword file created by LS-PrePost 4.2 - 23Jun2014(09:00)
$# Created on Jul-19-2015 (12:47:27)
*KEYWORD
*TITLE
$#
Elemento base

*CONTROL_TERMINATION
$#      endtim      endcyc      dtmin      endeng      endmas
      1.0000E-2              0          0.000          0.000      1.0000E+8
*CONTROL_TIMESTEP
$#      dtinit      tssfac      isdo      tslimt      dt2ms      lctm      erode
      0.000          0.000              0          0.000          0.000              0

*DATABASE_BNDOUT
1.0000E-4
*DATABASE_ELOUT
option4
      1.0000E-
*DATABASE_NODFOR
1.0000E-4
*DATABASE_NODOUT
1.0000E-4
*DATABASE_SPCFORC
      1.0000E-4
*DATABASE_BINARY_D3PLOT
$#      dt      lcdt      beam
      1.0000E-4          0          0
*DATABASE_HISTORY_NODE_SET
$#      id1
          3
*DATABASE_HISTORY_SOLID
$#      id1
          1

*BOUNDARY_PRESCRIBED_MOTION_SET_ID
$#      id
          1Desplazamiento X
$#      nsid      dof      vad      lcid      sf      vid      dea
          3          1          2          1      1.000000          0      1.0000
$#      id
          2Desplazamiento Z
$#      nsid      dof      vad      lcid      sf      vid      dea
          3          3          2          2      1.000000          0      1.0000
*BOUNDARY_SPC_SET_ID
$#      id
          1Fijo XYZ
$#      nsid      cid      dofx      dofy      dofz      dofrx      dofry

```



```
1 0 1 1 1 0

*SET_NODE_LIST_TITLE
Fijo x,y,z
$# sid
1
$# nid1
1

*BOUNDARY_SPC_SET_ID
$# id
2Fijo XZ
$# nsid cid dofx dofy dofz dofrx dofry d
2 0 1 0 1 0

*SET_NODE_LIST_TITLE
Fijo x
$# sid
2
$# nid1 nid2 nid3
5 7 3

*PART
$#
Boxsolid
$# pid secid mid eosid hgid gr
1 1 1 0 0

*SECTION_SOLID_TITLE
Solid
$# secid elform aet
1 -1 0

*MAT_LAMINATED_FRACTURE_DAIMLER_PINHO_TITLE
T300/1034-C
$# mid ro ea eb ec
1 1.7500E-9 1.4680E+5 11400.000 11400.000 2.3297E-2 2.3297E-2 0.400000
$# gab gbc gca aopt daf
6100.0000 2000.0000 6100.0000 2.000000 0.000 0.000 0.000
$# xp yp zp al a2
0.000 0.000 0.000 1.000000 0.000 0.000
$# v1 v2 v3 d1 d2
0.000 0.000 0.000 1.000000 0.000 1.000000 0.0
$# enkink ena enb ent enl
78.27 89.83 0.23 0.46 0.46
$# xc xt yc yt sl
1379.0000 1730.0000 268.20001 66.500000 58.700001
$# fio sigy lcscs beta pfl
53.000000 0.000 0 0.000 0.000 0.000

*MAT_LAMINATED_FRACTURE_DAIMLER_CAMANHO_TITLE
T30071034-C
$# mid ro ea eb ec
2 1.7500E-9 1.4680E+5 11400.000 11400.000 2.3297E-2 2.3297E-2 0.400000
$# gab gbc gca aopt daf
6100.0000 2000.0000 6100.0000 2.000000 0.000 0.000 0.000
$# xp yp zp al a2
0.000 0.000 0.000 1.000000 0.000 0.000
$# v1 v2 v3 d1 d2
0.000 0.000 0.000 1.000000 0.000 1.000000 0.0
$# gxc gxt gyc gyt gsl
```



```

78.27      89.83      0.23      0.76      0.46
$#          xc          xt          yc          yt          s
1379.0000  1730.0000  268.20001  66.500000  58.700001  0.000  0.000
$#          fio          sigy          etan          beta          pfl
53.000000      0.000      0      0.000      0.000      0.000

*DEFINE_CURVE_TITLE
Desplazamientox
$#          lcid          sidr          sfa          sfo          offa
1          0      1.000000      1.000000      0.000      0.000
$#          a1          o1
0.000      0.000
5.000000e-002      1.500000e-002

*DEFINE_CURVE_TITLE
Desplazamientoz
$#          lcid          sidr          sfa          sfo          offa
2          0      1.000000      1.000000      0.000      0.000
$#          a1          o1
0.000      0.000
5.000000e-002      5.000000e-003

*SET_NODE_LIST_TITLE
Desplazamiento
$#          sid
3
$#          nid1          nid2          nid3          nid4
8          4          6          2

*ELEMENT_SOLID
$#          eid          pid          n1          n2          n3          n4          n5
1          1          1          2          4          3          5

*NODE
$#          nid          x          y
1          0.000      0.000
2          0.100000      0.000      0.000
3          0.000      0.100000      0.000
4          0.100000      0.100000      0.000
5          0.000      0.000      0.100000
6          0.100000      0.000      0.100000
7          0.000      0.100000      0.100000
8          0.100000      0.100000      0.100000

*END

```



# Bibliografía

- [1] M. M. Escobar, “Materiales compuestos en la industria aeronáutica”, 2013. [Online]. Available: <http://www.nanotubo.com.ar/nota.php?id=15>.
- [2] J. M. Tarragó, “Los materiales compuestos en el futuro de la automoción”, 2013. [Online]. Available: <http://www.interempresas.net/MetalMecanica/Articulos/105497-Los-materiales-compuestos-en-el-futuro-de-la-automocion.html>.
- [3] F. Barciela, “España, la gran potencia de los ‘composites’”, 2014. [Online]. Available: [http://economia.elpais.com/economia/2014/08/22/actualidad/1408731381\\_564816.html](http://economia.elpais.com/economia/2014/08/22/actualidad/1408731381_564816.html).
- [4] S. T. Pinho, L. Iannucci and P. Robinson, “Physically based failure models and criteria for laminated fibre-reinforced composites with emphasis on fibre kinking”, *Compos. Part A Appl. Sci. Manuf.*, vol. 37, no. 5, pp. 766–777, 2006.
- [5] P. Maimí, P. P. Camanho, J. A. Mayugo and C. G. Dávila, “A continuum damage model for composite laminates”, *Mech. Mater.*, vol. 39, no. 10, pp. 897–908, 2007.
- [6] L. Software and T. Corporation, *Keyword User’s Manual*. 2014.
- [7] S. C. Tan, “A progressive failure model for composite laminates containing openings”, *Compos. Mater.*, no. 25, pp. 556–577, 1991.
- [8] J. Mazars, “Application de la mécanique de l’endommagement au comportement non linéaire et à la rupture du béton de structure”. 1984.
- [9] L. Arias Maya and L. Vanegas Useche, “Falla de los materiales compuestos laminados”, *Sci. Tech.*, no. 25, pp. 113–118, 2004.
- [10] R. Frank and R. Lazarus, “Mixed eulerian-lagrangian method. Methods in Computational Physics, Vol. 3: Fundamental methods in hydrodynamics”, 1964.
- [11] L. Friedrich and J. L. Preston, “Impact resistance of fiber composite blades used in aircraft turbine engines”, *Tech. report. NASA*, 1973.
- [12] J. A. G. Ganso, B. C. Morante, M. A. M. López and L. A. M. Moreno, “Análisis y optimización de componentes aeronáuticos realizados en materiales compuestos laminados CFRP mediante el método de los elementos finitos (MEF)”, 2008.
- [13] R. Gerlach, C. R. Siviour, J. Wiegand and N. Petrinic, “In-plane and through-thickness properties, failure modes, damage and delamination in 3D woven carbon fibre composites subjected to impact loading”, *Compos. Sci. Technol.*, vol. 72, no. 3, pp. 397–411, 2012.
- [14] V. Authors, “Hexply 8552 product data hexcel composites”, 2008.
- [15] S. T. Pinho and C. G. Dávila, “Failure models and criteria for FRP under in-plane or three-dimensional stress states including shear non-linearity”, *Tech. report. NASA*, no. February, 2005.

- [16] S. T. Pinho, P. P. Camanho and M. de Moura, "Numerical simulation of the crushing process of composite materials", *Int. J. Crashworthiness*, vol. 9, no. 3, pp. 263-276, 2004.
- [17] M. Hinton, A. S. Kaddour and S.P.D., *A Further Assessment of the Predictive Capabilities of Current Failure Theories for Composites Laminates: Comparison with Experimental Evidence*, vol. 64, no. 3-4, 2004.
- [18] S. W. Tsai, "Strength Characteristics of Composite Materials", *NASA Contract. Rep.*, 1965.
- [19] S. W. Tsai and E. M. Wu, "A general theory for anisotropic materials", *Compos. Mater.*, 1971.
- [20] O. Cousigné, D. Moncayo, D. Coutellier, P. P. Camanho, H. Naceur and S. Hampel, "Development of a new nonlinear numerical material model for woven composite materials accounting for permanent deformation and damage", *Comput. Struct.*, vol. 106, pp. 601-614, 2013.
- [21] Z. Hashin, "Failure Criteria for Unidirectional Fiber Composites", *J. Appl. Mech.*, 1981.
- [22] Z. Hashin and A. Rotem, "A fatigue failure criterion for fiber reinforced materials", *Tech. report. Dep. Mater. Eng.*, no. March, 1973.
- [23] F. Chang and K. Chang, "A progressive damage model for laminated composites containing stress concentrations", *Compos. Mater.*, vol. 21, no. 9, pp. 834-855, 1987.
- [24] A. Puck and H. Schu, "Failure Analysis of FRP Laminates by Means of Physically Based Phenomenological Models.pdf", vol. 62, pp. 1633-1662, 2002.
- [25] H. M. Deuschle, "3D Failure Analysis of UD Fibre Reinforced Composites: Puck's Theory within FEA", *PhD thesis*, 2010.
- [26] A. Matzenmiller, J. Lubliner and R. L. Taylor, "A constitutive model for anisotropic damage in fiber-composites", *Mech. Mater.*, vol. 20, no. 2, pp. 125-152, 1995.
- [27] E. Barbero and P. Lonetti, "Damage Model for Composites Defined in Terms of Available Data", *Mech. Adv. Mater. Struct.*, vol. 8, no. 4, pp. 299-315, 2001.
- [28] C. R. Schultheisz and A. M. Waas, "Compressive failure of composites, Part I: Testing and micro-mechanical theories", *Prog. Aerosp. Sci.*, vol. 32, no. 1, pp. 1-42, 1996.
- [29] A. S. Argon, "Fracture of composites", *New York Acad. Press*, vol. 1, pp. 79-114, 1972.
- [30] B. Budiansky, "Micromechanics", *Comput. Struct.*, vol. 16, no. 1-4, pp. 3-12, 1983.
- [31] C. G. Dávila, N. Jaunky and S. Goswami, "Failure Criteria for FRP Laminates in Plane Stress", no. November, 2003.
- [32] J. Pernas Sánchez, "Análisis y simulación de impactos de hielo sobre laminados carbono / epoxi", *PhD thesis*, 2013.
- [33] J. A. Artero Guerrero, "Análisis y modelización del golpe hidrodinámico en tanques integrados de combustible realizados en material compuesto", *PhD thesis*, 2014.
- [34] Q. H. Shah, *From LS-PrePost to LS-DYNA: an introduction; LS-Dyna for beginners with 13 step by step solved examples*. LAP Lambert Academic Publishing, 2011.